

Trabajo Fin de Máster

Máster en Ingeniería Industrial

Herramienta para el diseño y cálculo de sistemas de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos

Autor: Alejandra González García

Tutor: Daniel García Vallejo

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster
Máster en Ingeniería Industrial

Herramienta para el diseño y cálculo de sistemas de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos

Autor:

Alejandra González García

Tutor:

Daniel García Vallejo

Profesor titular

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Trabajo Fin de Máster: Herramienta para el diseño y cálculo de sistemas de transmisión por engranajes
cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos

Autor: Alejandra González García

Tutor: Daniel García Vallejo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

Resumen

El presente trabajo trata sobre el desarrollo de una herramienta para el diseño, cálculo y selección de los elementos mecánicos que constituyen un sistema de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos. Para ello se ha empleado el entorno de desarrollo de Matlab, un entorno de cálculo numérico ideal para el análisis iterativo y los procesos de diseño.

Es necesario conocer el procedimiento para el análisis, dimensionado y comprobación de cada componente que forma un sistema de engranajes. Se trata de un proceso de diseño interdependiente e iterativo, por lo que antes de comenzar con el cálculo y selección de cada componente de dicho sistema, se establecen las especificaciones técnicas que deberá cumplir el diseño y que deben ser conocidas por el diseñador.

La herramienta desarrollada es capaz de realizar los cálculos, análisis y verificaciones pertinentes para cada uno de los elementos mecánicos del sistema de transmisión, basándose en los fundamentos teóricos explicados en este documento, y establecer un diseño de los mismos, conforme a las especificaciones técnicas de diseño introducidas por el usuario.

Finalmente, se resuelven varios ejemplos de cajas de engranajes mediante la herramienta desarrollada en Matlab.

Abstract

This document deals with the development of a tool for the design, calculation and selection of the mechanical elements that constitute a cylindrical gear transmission system with straight teeth and parallel axes. The Matlab development environment has been used, a numerical calculation environment ideal for iterative analysis and design processes.

It is necessary to know the procedure for the analysis, dimensioning and testing of each component that forms a gear system. This is an interdependent and iterative design process. Before starting with the calculation and selection of each component of the system, the technical specifications that the design must comply with and that must be known by the designer are established.

The tool developed is capable of carrying out calculations, analyses and verifications for each of the mechanical elements of the transmission system, based on the theoretical foundations explained in this document, and establish a design of them, according to the technical design specifications introduced by the user.

Finally, several examples of gearboxes are solved using the tool developed in Matlab.

Resumen	vii
Abstract	ix
Índice	xi
Índice de Tablas	xiii
Índice de Figuras	xv
1 Introducción	1
1.1. <i>Historia de los sistemas de transmisión por engranajes</i>	1
1.2. <i>Topología de los elementos de un sistema de transmisión por engranajes</i>	3
1.2.1. Topología de los engranajes	3
1.2.1.1. Engranajes de ejes paralelos.....	4
1.2.1.2. Engranajes de ejes perpendiculares.....	5
1.2.1.3. Engranajes para aplicaciones especiales.....	8
1.2.2. Topología de los ejes y árboles	9
1.2.2.1. Atendiendo a su configuración longitudinal	9
1.2.2.2. Atendiendo a la forma de su sección transversal.....	11
1.2.3. Topología de los rodamientos	11
1.2.3.1. Atendiendo al tipo de carga que soportan	12
1.2.3.2. Atendiendo a su forma.....	13
1.3. <i>Motivación del trabajo</i>	15
2 Implementación de la herramienta desarrollada.....	17
2.1 <i>Entorno de desarrollo empleado</i>	17
2.2 <i>Especificaciones de diseño de sistemas de transmisión por engranajes</i>	19
2.3 <i>Diseño de elementos mecánicos</i>	26
2.3.1. Cálculo y diseño de engranajes	26
2.3.1.1. Geometría y nomenclatura	27
2.3.1.2. Número de dientes de cada engranaje	32
2.3.1.3. Análisis de fuerzas	43
2.3.1.4. Análisis de tensiones	47
2.3.2. Cálculo y diseño de ejes	65
2.3.3. Cálculo y selección de rodamientos	80
2.3.4. Cálculo y selección de chavetas.....	84
3 Ejemplos resueltos.....	91
3.1 <i>Caja reductora de engranajes 1</i>	91
3.1.1. Cálculo y diseño de engranajes	95
3.1.1.1. Análisis de fractura del diente	97
3.1.1.2. Análisis de fatiga superficial del diente	101
3.1.2. Cálculo y diseño de ejes	103
3.1.3. Cálculo y selección de rodamientos	108
3.1.4. Cálculo y selección de chavetas.....	109
3.2 <i>Caja reductora de engranajes 2</i>	111
3.2.1. Cálculo y diseño de engranajes	112

3.2.2.	Cálculo y diseño de ejes	115
3.2.3.	Cálculo y selección de rodamientos.....	117
3.2.4.	Cálculo y selección de chavetas	118
4	Conclusiones y trabajos futuros	121
4.1.	<i>Métodos para el diseño y cálculo de sistemas de transmisión por engranajes.....</i>	<i>121</i>
4.1.1.	Resolución manual o automática.....	121
4.1.1.1.	Proceso de diseño interdependiente.....	121
4.1.1.2.	Proceso de diseño iterativo	122
4.1.1.3.	Calidad de los resultados obtenidos	122
	Referencias.....	125

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 2.1. Tamaño de los dientes</i>	28
<i>Tabla 2.2. Valores del factor de forma de Lewis Y</i>	49
<i>Tabla 2.3. Factores de sobrecarga K_o</i>	52
<i>Tabla 2.4. Factores de corrección por distribución de carga K_m</i>	53
<i>Tabla 2.5. Factor de confiabilidad K_r</i>	57
<i>Tabla 2.6. Parámetros a y b del factor superficial</i>	71
<i>Tabla 2.7. Efecto de la temperatura en la resistencia del acero</i>	72
<i>Tabla 2.8. Factores de confiabilidad [5]</i>	72
<i>Tabla 2.9. Factores radiales y axiales de rodamientos</i>	81
<i>Tabla 2.10. Valores del factor de la duración de vida de los rodamientos</i>	83
<i>Tabla 3.1. Factores de sobrecarga K_o</i>	98
<i>Tabla 3.2. Factores de corrección por distribución de carga K_m</i>	98
<i>Tabla 3.3. Factor de confiabilidad K_r</i>	100

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.1. Mecanismo de Anticitera</i>	1
<i>Figura 1.2. Transmisión antigua</i>	2
<i>Figura 1.3. Engranaje helicoidal de Leonardo</i>	2
<i>Figura 1.4. Clasificación de las transmisiones</i>	3
<i>Figura 1.5. Engranajes rectos</i>	4
<i>Figura 1.6. Engranajes helicoidales</i>	5
<i>Figura 1.7. Engranajes doble helicoidales</i>	5
<i>Figura 1.8. Engranajes helicoidales cruzados</i>	6
<i>Figura 1.9. Engranajes cónicos rectos</i>	6
<i>Figura 1.10. Engranajes cónicos helicoidales</i>	7
<i>Figura 1.11. Engranajes cónicos hipoides</i>	7
<i>Figura 1.12. Rueda y tornillo sin fin</i>	8
<i>Figura 1.13. Engranaje planetario</i>	8
<i>Figura 1.14. Engranaje interior</i>	9
<i>Figura 1.15. Engranaje de cremallera</i>	9
<i>Figura 1.16. Árbol recto</i>	10
<i>Figura 1.17. Árbol acodado</i>	10
<i>Figura 1.18. Árbol flexible</i>	10
<i>Figura 1.19. Clasificación de los árboles atendiendo a la forma de su sección transversal</i>	11
<i>Figura 1.20. Árbol de sección circular</i>	11
<i>Figura 1.21. Árbol de sección acanalada</i>	11
<i>Figura 1.22. Árbol de sección poligonal</i>	11
<i>Figura 1.23. Elementos de un rodamiento</i>	12
<i>Figura 1.24. Clasificación de los rodamientos atendiendo al tipo de carga que soportan</i>	12
<i>Figura 1.25. Rodamiento radial</i>	12
<i>Figura 1.26. Rodamiento axial</i>	13
<i>Figura 1.27. Rodamiento mixto</i>	13
<i>Figura 1.28. Clasificación de los rodamientos atendiendo a su forma</i>	14
<i>Figura 1.29. Rodamientos de bolas</i>	14
<i>Figura 1.30. Rodamientos de rodillos</i>	15
<i>Figura 1.31. Finalidad de los sistemas de transmisión</i>	15
<i>Figura 1.32. Flujograma del programa desarrollado</i>	16

<i>Figura 2.1. Matlab</i>	17
<i>Figura 2.2. Ventana de comandos</i>	18
<i>Figura 2.3. Espacio de trabajo</i>	18
<i>Figura 2.4. Entorno de desarrollo GUI</i>	19
<i>Figura 2.5. Datos mínimos del diseño</i>	20
<i>Figura 2.6. Especificaciones técnicas del diseño</i>	21
<i>Figura 2.7. Errores en la introducción de especificaciones</i>	22
<i>Figura 2.8. Especificaciones de los engranajes</i>	22
<i>Figura 2.9. Lista de materiales para los engranajes</i>	23
<i>Figura 2.10. Especificaciones de los ejes</i>	24
<i>Figura 2.11. Lista de materiales para los ejes</i>	25
<i>Figura 2.12. Especificaciones de las chavetas</i>	25
<i>Figura 2.13. Lista de materiales para las chavetas</i>	25
<i>Figura 2.14. Flujograma cálculo de engranajes</i>	27
<i>Figura 2.15. Nomenclatura engranajes de dientes rectos</i>	27
<i>Figura 2.16. Evolvente del círculo [5]</i>	29
<i>Figura 2.17. Curva involuta [5]</i>	29
<i>Figura 2.18. Línea de acción</i>	30
<i>Figura 2.19. Longitud de contacto [5]</i>	30
<i>Figura 2.20. Interferencia en la acción entre dientes</i>	31
<i>Figura 2.21. Número de pares de engranajes</i>	32
<i>Figura 2.22. Flujograma cálculo pares de ruedas</i>	33
<i>Figura 2.23. Flujograma cálculo n° de dientes para un tren de engranajes</i>	34
<i>Figura 2.24. Relación de transmisión en fracción</i>	34
<i>Figura 2.25. Conseguir n factores mayores que el número mínimo de dientes</i>	35
<i>Figura 2.26. Comprobar si los valores del numerador y denominador son primos</i>	35
<i>Figura 2.27. Aproximación del número de dientes</i>	36
<i>Figura 2.28. Descomposición en factores primos</i>	36
<i>Figura 2.29. Combinaciones posibles de la factorización</i>	36
<i>Figura 2.30. Combinaciones posibles de números de dientes</i>	38
<i>Figura 2.31. Elegir el número de dientes de un tren de engranajes</i>	39
<i>Figura 2.32. Flujograma cálculo n° de dientes para una transmisión simple</i>	39
<i>Figura 2.33. Número de dientes de una pareja de engranajes</i>	40
<i>Figura 2.34. Relaciones geométricas</i>	41
<i>Figura 2.35. Flujograma elección tipo de engrane</i>	42
<i>Figura 2.36. Tipo de engrane exterior o interior</i>	43
<i>Figura 2.37. Diagramas de sólido libre</i>	43
<i>Figura 2.38. Descomposición de fuerzas</i>	44
<i>Figura 2.39. Velocidades angulares, relaciones de transmisión parciales y ángulo de presión</i>	45

<i>Figura 2.40. Pares de torsión</i>	45
<i>Figura 2.41. Diámetros y radios de los engranajes</i>	46
<i>Figura 2.42. Coeficientes de recubrimiento</i>	47
<i>Figura 2.43. Fuerzas tangencial y radial</i>	47
<i>Figura 2.44. Métodos de análisis de fractura del diente</i>	47
<i>Figura 2.45. Modelo del método de Lewis [5]</i>	48
<i>Figura 2.46. Flujograma análisis de fractura del diente</i>	51
<i>Figura 2.47. Factor dinámico</i>	51
<i>Figura 2.48. Factores de sobrecarga K_o</i>	52
<i>Figura 2.49. Factor de corrección por tamaño igual a la unidad</i>	53
<i>Figura 2.50. Factor de distribución de carga</i>	54
<i>Figura 2.51. Factores geométricos en engranajes rectos</i>	54
<i>Figura 2.52. Factor geométrico J</i>	54
<i>Figura 2.53. Función Calcula_FactorJ</i>	55
<i>Figura 2.54. Factor de engranaje intermedio K_I</i>	55
<i>Figura 2.55. Factor de espesor del aro K_B</i>	55
<i>Figura 2.56. Aproximación de la tensión en la raíz del diente</i>	56
<i>Figura 2.57. Factor de vida para resistencia a la flexión K_L</i>	56
<i>Figura 2.58. Factores de vida y de temperatura</i>	57
<i>Figura 2.59. Designación del factor de confiabilidad</i>	57
<i>Figura 2.60. Asignación de la resistencia a la fatiga por flexión</i>	57
<i>Figura 2.61. Tensión permisible para análisis de fractura del diente</i>	58
<i>Figura 2.62. Comprobación de la tensión en la raíz del diente</i>	58
<i>Figura 2.63. Comprobación de engranajes normalizados</i>	59
<i>Figura 2.64. Métodos de análisis de fatiga superficial</i>	59
<i>Figura 2.65. Flujograma análisis de fatiga superficial del diente</i>	60
<i>Figura 2.66. Coeficientes del análisis de fatiga superficial</i>	61
<i>Figura 2.67. Asignación del coeficiente elástico según el material</i>	61
<i>Figura 2.68. Factor de acabado superficial</i>	61
<i>Figura 2.69. Factor geométrico I</i>	62
<i>Figura 2.70. Tensión superficial del diente</i>	62
<i>Figura 2.71. Factor de vida para resistencia a la fatiga C_L</i>	63
<i>Figura 2.72. Factor de vida para resistencia a la fatiga C_L</i>	63
<i>Figura 2.73. Factor de razón de dureza C_H</i>	64
<i>Figura 2.74. Factores de temperatura y de confiabilidad</i>	64
<i>Figura 2.75. Asignación de la resistencia a la fatiga superficial</i>	64
<i>Figura 2.76. Tensión permisible para análisis de fatiga superficial</i>	64
<i>Figura 2.77. Mostrar resultados para los engranajes</i>	65
<i>Figura 2.78. Flujograma cálculo de ejes</i>	66

<i>Figura 2.79. Número de ejes totales e intermedios</i>	66
<i>Figura 2.80. Diámetros de los ejes de un sistema de transmisión simple</i>	67
<i>Figura 2.81. Diagrama de sólido libre de un eje simple</i>	67
<i>Figura 2.82. Cálculo de fuerzas según la función <code>CalculaEjes_lpar</code></i>	68
<i>Figura 2.83. Tensiones en el punto A del eje</i>	69
<i>Figura 2.84. Tensiones equivalentes en el punto A</i>	70
<i>Figura 2.85. Diagrama de Goodman modificado</i>	70
<i>Figura 2.86. Resistencia a la fatiga</i>	72
<i>Figura 2.87. Diámetro inicial en el punto A</i>	73
<i>Figura 2.88. Recalcular la resistencia para el nuevo diámetro</i>	73
<i>Figura 2.89. Seleccionar el diámetro normalizado del punto A</i>	73
<i>Figura 2.90. Diámetro calculado para el punto medio E</i>	74
<i>Figura 2.91. Seleccionar el diámetro normalizado del punto medio</i>	74
<i>Figura 2.92. Diámetro final del punto E</i>	75
<i>Figura 2.93. Mensaje de error en diámetro del punto medio</i>	75
<i>Figura 2.94. Diámetro normalizado del punto B</i>	76
<i>Figura 2.95. Mostrar resultados del eje de entrada</i>	77
<i>Figura 2.96. Longitudes de los ejes que forman tren de engranajes</i>	77
<i>Figura 2.97. Diámetros de los ejes de un tren de engranajes</i>	78
<i>Figura 2.98. Diagrama de sólido libre de un eje intermedio</i>	78
<i>Figura 2.99. Mostrar resultados de los ejes intermedios</i>	80
<i>Figura 2.100. Flujograma cálculo de rodamientos</i>	80
<i>Figura 2.101. Factor radial y axial de rodamientos</i>	81
<i>Figura 2.102. Capacidad dinámica de los rodamientos</i>	81
<i>Figura 2.103. Función <code>Calcula_Cdyn</code></i>	82
<i>Figura 2.104. Factor de velocidad</i>	82
<i>Figura 2.105. Factor de la duración de vida del punto A</i>	83
<i>Figura 2.106. Mostrar resultados para los rodamientos</i>	84
<i>Figura 2.107. Factor de duración de vida para ejes intermedios</i>	84
<i>Figura 2.108. Flujograma cálculo de chavetas</i>	85
<i>Figura 2.109. Longitud mínima del chavetero</i>	86
<i>Figura 2.110. Parámetros de las chavetas normalizadas</i>	86
<i>Figura 2.111. Función <code>Calcula_Chavetas</code></i>	87
<i>Figura 2.112. Comprobación de tensiones de aplastamiento y resultados para las chavetas</i>	88
<i>Figura 2.113. Cálculos y selección de las chavetas de los ejes intermedios</i>	89
<i>Figura 3.1. Datos mínimos de diseño</i>	91
<i>Figura 3.2. Especificaciones técnicas de la caja reductora</i>	92
<i>Figura 3.3. Especificaciones de diseño para los engranajes</i>	93
<i>Figura 3.4. Material elegido para los engranajes</i>	93

<i>Figura 3.5. Material seleccionado para los ejes</i>	94
<i>Figura 3.6. Material elegido para las chavetas</i>	95
<i>Figura 3.7. Factores geométricos en engranajes rectos</i>	99
<i>Figura 3.8. Factor de vida para resistencia a la flexión K_L</i>	100
<i>Figura 3.9. Factor de vida para resistencia a la fatiga C_L</i>	102
<i>Figura 3.10. Engranajes de la caja reductora 1</i>	103
<i>Figura 3.11. Eje de entrada de la caja reductora 1</i>	107
<i>Figura 3.12. Eje de salida de la caja reductora 1</i>	108
<i>Figura 3.13. Rodamientos de la caja reductora 1</i>	109
<i>Figura 3.14. Chavetas de la caja reductora 1</i>	110
<i>Figura 3.15. Especificaciones técnicas de la caja reductora 2</i>	112
<i>Figura 3.16. Engranajes de la etapa 1 de la caja reductora 2</i>	115
<i>Figura 3.17. Engranajes de la etapa 2 de la caja reductora 2</i>	115
<i>Figura 3.18. Eje de entrada de la caja reductora 2</i>	116
<i>Figura 3.19. Eje intermedio de la caja reductora 2</i>	117
<i>Figura 3.20. Eje de salida de la caja reductora 2</i>	117
<i>Figura 3.21. Rodamientos de los ejes de entrada y salida de la caja reductora 2</i>	118
<i>Figura 3.22. Rodamientos del eje intermedio de la caja reductora 2</i>	118
<i>Figura 3.23. Chavetas de los ejes de entrada y salida de la caja reductora 2</i>	119
<i>Figura 3.24. Chavetas del eje intermedio de la caja reductora 2</i>	119

1 INTRODUCCIÓN

El presente documento trata sobre el desarrollo de un programa en el entorno Matlab que sirva de herramienta para el diseño y cálculo de los elementos mecánicos de un sistema de transmisión por engranajes de dientes rectos y ejes paralelos.

Un sistema de engranajes es un mecanismo utilizado para transmitir un movimiento giratorio de un eje a otro, pudiendo modificar las características de velocidad y sentido de giro. De este modo, el mecanismo permite transmitir potencia mecánica mediante el contacto de ruedas dentadas.

Una de las aplicaciones más importantes de los engranajes es la transmisión del movimiento desde el eje de una fuente de energía, como puede ser un motor de combustión interna o un motor eléctrico, hasta otro eje situado a cierta distancia y que ha de realizar un trabajo. Con esta disposición, una de las ruedas, conocida como rueda motriz, está conectada por la fuente de energía y la otra está conectada al eje que debe recibir el movimiento del eje motor, denominada rueda conducida. Si el sistema de transmisión está formado por más de un par de ruedas dentadas, se denomina tren de engranajes.

1.1. Historia de los sistemas de transmisión por engranajes

Para solucionar los problemas de transporte, impulsión, elevación y movimiento a los que se ha enfrentado el ser humano, se han utilizado desde la antigüedad cuerdas y elementos fabricados en madera. No se sabe exactamente dónde ni cuándo se inventaron los engranajes, sin embargo, son considerados uno de los equipos más antiguos conocidos por la humanidad.

El mecanismo de engranajes más antiguo conocido y del cual se disponen pruebas físicas es el mecanismo de Anticitera.



Figura 1.1. Mecanismo de Anticitera

Dicho mecanismo es una calculadora astronómica de entre los años 150 y 100 a.C. formada por al menos 30 engranajes de bronce con dientes triangulares. Presenta características tecnológicas avanzadas como por ejemplo trenes de engranajes epicicloides que se creían inventados en el siglo XIX. El de Anticitera no fue el único mecanismo de la época, se sabe que existieron al menos otros dos mecanismos similares construidos por Arquímedes y Posidonio. Por otro lado, se considera a Arquímedes como uno de los inventores de los engranajes porque diseñó un tornillo sin fin.

Otros ejemplos antiguos de máquinas con engranajes se han conservado en China, como el llamado “carro que apunta hacia el Sur”. Se trata de un ingenioso mecanismo que mantenía el brazo de una figura humana apuntando siempre hacia el Sur gracias al uso de engranajes diferenciales epicicloides. Datados en torno al 50 d.C. son

los engranajes helicoidales tallados en madera y hallados en una tumba real en una ciudad china.



Figura 1.2. Transmisión antigua

La evolución de la tecnología de los engranajes en los siglos siguientes es algo incierta. No es hasta los inicios del Renacimiento cuando esta tecnología se utilizó en Europa para el desarrollo de sofisticados relojes, en la mayoría de los casos destinados a edificios públicos como catedrales.

Algunos de los mecanismos más utilizados hoy en día tienen su base en numerosos dibujos y esquemas de Leonardo da Vinci, incluidos varios tipos de engranajes de tipo helicoidal.

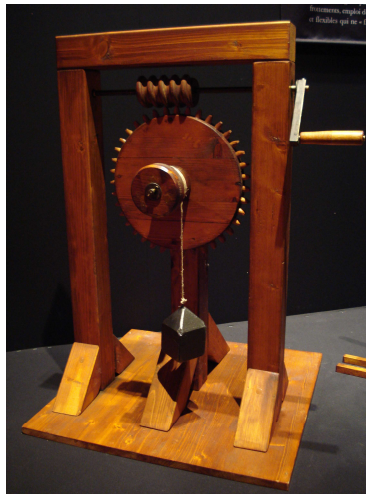


Figura 1.3. Engranaje helicoidal de Leonardo

No se produjo ningún desarrollo importante en lo que respecta al sistema de ruedas hasta el siglo XVII. En esta época se realizaron los primeros intentos para obtener relaciones de velocidad constantes. Estos intentos utilizaron las curvas evolventes.

En el año 1674 se obtienen los primeros datos que existen sobre la transmisión de rotación con velocidad angular uniforme por medio de engranajes, cuando Olaf Roemer, el famoso astrónomo danés, propuso la forma o perfil del diente en epicicloide.

Fue el ingeniero mecánico Robert Willis quien obtuvo la primera aplicación práctica de la epicicloide al emplearla en la construcción de una serie de engranajes intercambiables. De la misma manera, de los primeros matemáticos fue la idea del empleo de la evolvente de círculo en el perfil del diente, pero también se deben a Willis las realizaciones prácticas.

La primera aplicación práctica del diente en evolvente fue debida al suizo Leonhard Euler. En 1856, Christian Schiele descubrió el sistema de fresado de engranajes rectos por medio de la fresa madre, pero el procedimiento

no se llevaría a la práctica hasta 1887, a base de la patente Grant.

El norteamericano William Gleason inventó en 1874 la primera fresadora de engranajes cónicos y, no fue hasta 1897, cuando el inventor alemán Robert Hermann Pfauter inventó y patentó la primera talladora con fresa madre capaz de cortar engranajes rectos y helicoidales.

En 1906, el ingeniero y empresario alemán Friedrich Wilhelm Lorenz se especializó en crear maquinaria y equipos de mecanizado de engranajes y fabricó una talladora de engranajes capaz de mecanizar los dientes de una rueda de 6 m de diámetro, módulo 100 y una longitud de dentado de 1,5 m.

A finales del siglo XIX, coincidiendo con la época dorada del desarrollo de los engranajes, Edwin R. Fellows, el inventor y fundador de la empresa Fellows Gear Shaper Company, inventó un método revolucionario para mecanizar tornillos sin fin glóbcos tales como los que se montaban en las cajas de dirección de los vehículos antes de que fuesen hidráulicas.

M. Chambon fue el creador de la máquina para el dentado de engranajes cónicos por procedimiento de fresa madre en 1905. Coincidiendo con esas fechas, André Citroën inventó los engranajes helicoidales dobles.

El siguiente paso importante fue en 1975 cuando la empresa Pfauter en Alemania introdujo la primera talladora con fresa madre CN y en 1982 se introdujo la máquina de 6 ejes.

1.2. Topología de los elementos de un sistema de transmisión por engranajes

Las transmisiones mecánicas, por el procedimiento de la transmisión del movimiento desde el elemento motriz al accionado, se dividen en:

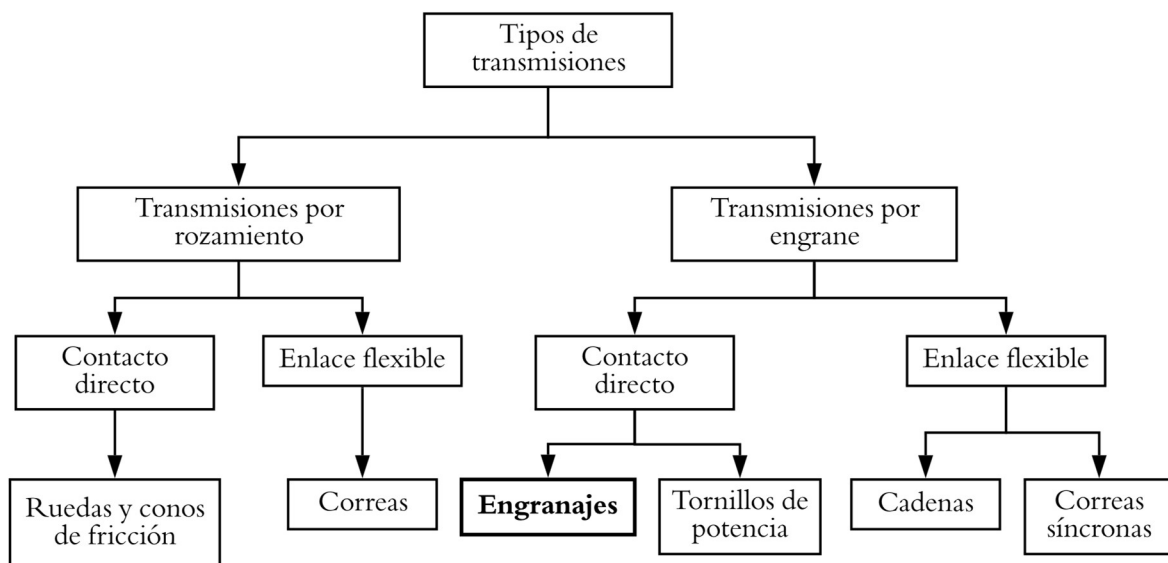


Figura 1.4. Clasificación de las transmisiones

1.2.1. Topología de los engranajes

Existen diversos tipos de engranajes, por ello la selección del que mejor se adapte para un diseño particular depende de varios factores:

- Disposición geométrica de la máquina.
- Relación de transmisión.
- Potencia transmitida.

- Velocidad de rotación.
- Rendimiento.
- Limitaciones de niveles de ruido.
- Restricciones de costo.

La principal clasificación de los engranajes se efectúa según la disposición de sus ejes de rotación y según los tipos de dentado. En general, son tres las disposiciones que el ingeniero diseñador de la máquina puede encontrarse cuando contempla la transmisión de potencia o movimiento de un árbol a otro: árboles con ejes paralelos, árboles con ejes que se intersectan y árboles con ejes que se cruzan [1].

Según estos criterios existen los siguientes tipos de engranajes:

1.2.1.1. Engranajes de ejes paralelos

Son los que se fabrican a partir de un disco cilíndrico cortado de una plancha o de un trozo de barra maciza redonda. Este disco pasa a un proceso de fresado, donde se retira material para formar los dientes.

1.2.1.1.1. Cilíndricos de dientes rectos

Es un tipo de engranaje que se caracteriza por tener ejes paralelos y dientes rectos, siendo el engranaje más simple y corriente que existe. Su funcionamiento consiste en que el engranaje motriz (piñón) gira en un sentido, gracias a un motor, y al estar en contacto con el segundo engranaje (rueda) hace que éste se mueva en sentido contrario.



Figura 1.5. Engranajes rectos

Los engranajes cilíndricos de dientes rectos se emplean generalmente en mecanismos en los que la potencia a transmitir no es muy grande y para velocidades pequeñas y medias. Esto se debe a que, a grandes velocidades, si no han sido rectificadas o corregido su tallado, producen ruido cuyo nivel depende de la velocidad de giro que tengan. La velocidad con la que gira la rueda depende de la velocidad del piñón y de sus diámetros.

Presentan la ventaja de ser fáciles de fabricar, pero con el inconveniente de ser ruidosos y producir vibraciones.

1.2.1.1.2. Cilíndricos de dientes helicoidales

Los engranajes cilíndricos de dentado helicoidal se caracterizan por su dentado inclinado respecto de su eje. Frente a los engranajes cilíndricos de dientes rectos, estos poseen la ventaja de un contacto entre dientes más suave y progresivo, lo que permite una transmisión del movimiento más suave y silenciosa. Al tener la particularidad de que varios dientes están engranados a la vez, el esfuerzo de flexión se reparte entre ellos durante la transmisión, reduciendo las posibilidades de rotura.



Figura 1.6. Engranajes helicoidales

Los engranajes helicoidales tienen la ventaja de transmitir más potencia que los rectos, y también más velocidad, por ello son más silenciosos y duraderos. De sus inconvenientes cabe destacar que se desgastan más que los de dientes rectos, su fabricación es más costosa y requieren generalmente más engrase que los rectos. Además, al estar sus dientes inclinados, se produce una fuerza axial sobre los cojinetes de apoyo del eje. Dicho inconveniente se puede solventar con engranajes doble helicoidales que se explican en el siguiente apartado.

Lo más característico de un engranaje cilíndrico helicoidal es la hélice que forma, siendo considerada ésta como el avance de una vuelta completa del diámetro primitivo del engranaje. De esta hélice deriva el ángulo β que forma el dentado con el eje axial. Este ángulo tiene que ser igual para las dos ruedas que engranan, pero de orientación contraria, es decir, uno a derechas y el otro a izquierda. Su valor se establece de acuerdo con la velocidad establecida para la transmisión. Las relaciones de transmisión que se aconsejan son más o menos parecidas a las de los engranajes rectos.

1.2.1.1.3. Cilíndricos doble de dientes helicoidales

Este tipo de engranajes fueron inventados por el fabricante de automóviles francés André Citroën. Con ellos se consigue solventar el problema de carga axial que tienen los engranajes helicoidales simples al disponer de dos filas de dientes que forman una especie de V.



Figura 1.7. Engranajes doble helicoidales

Los engranajes doble helicoidales son una combinación de hélice derecha e izquierda. En empuje axial que absorben los apoyos de los engranajes helicoidales es una desventaja que la configuración doble elimina, puesto que cada mitad del engranaje acepta la carga en direcciones opuestas, es decir, elimina dicha desventaja por la reacción del empuje igual y opuesto de una rama simétrica de un engrane helicoidal doble.

Por otro lado, los engranajes helicoidales dobles tienen una dificultad de fabricación debido a la complejidad de su forma.

1.2.1.2. Engranajes de ejes perpendiculares

Estos engranajes tienen las superficies primitivas troncocónicas, formándose los dientes por fresado de su

superficie exterior. Los dientes pueden ser rectos, helicoidales o curvos. Esta familia de engranajes soluciona la transmisión entre ejes que se cortan y que se cruzan.

1.2.1.2.1. Helicoidales cruzados

Los engranajes helicoidales cruzados son idénticos a los otros engranes helicoidales mencionados anteriormente, pero están montados en ejes que no son paralelos.



Figura 1.8. Engranajes helicoidales cruzados

1.2.1.2.2. Cónicos de dientes rectos

Los engranajes cónicos de dientes rectos transmiten el movimiento de ejes que se cortan en un mismo plano, generalmente en ángulo recto, por medio de superficies cónicas dentadas. Los dientes convergen en el punto de intersección de los ejes y son utilizados para efectuar reducciones de velocidad.



Figura 1.9. Engranajes cónicos rectos

Estos engranajes generan más ruido que los engranajes cónicos helicoidales que se describen a continuación. En la actualidad se usan muy poco, pero están presentes en transmisiones antiguas y lentas.

1.2.1.2.3. Cónicos de dientes helicoidales

Los engranajes cónicos helicoidales son utilizados para reducir la velocidad con ejes perpendiculares. Se diferencian de los cónicos rectos en que poseen una mayor superficie de contacto, ya que más de un diente hace contacto a la vez. Tienen un funcionamiento relativamente silencioso.



Figura 1.10. Engranajes cónicos helicoidales

1.2.1.2.4. Cónicos hipoides

Los engranajes cónicos hipoides constituyen un grupo de engranajes cónicos helicoidales formados por un piñón reductor de pocos dientes y una rueda con mayor número de dientes. Se diferencian de los cónicos helicoidales en que el piñón conductor está descentrado con respecto al eje de la rueda conducida. Esto permite que los engranajes sean resistentes y ayuda a reducir el ruido del funcionamiento.

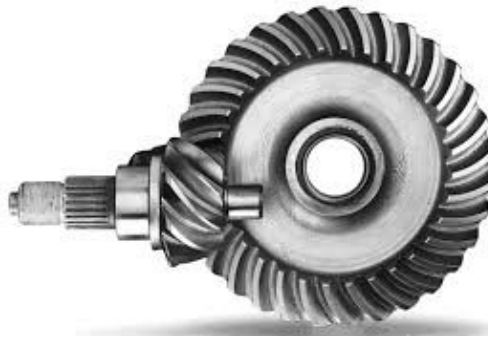


Figura 1.11. Engranajes cónicos hipoides

Este tipo de engranajes se utilizan en máquinas industriales y embarcaciones, donde es necesario que los ejes no estén al mismo nivel por cuestiones de espacio.

1.2.1.2.5. De rueda y tornillo sin fin

Este mecanismo está diseñado para transmitir grandes esfuerzos y, a la vez, para una relación de transmisión muy baja. Consta de una rueda conducida dentada helicoidal y un tornillo, solidario a un eje, que es la rueda conductora. Con el fin de reducir el rozamiento, la corona se fabrica de bronce y el tornillo sin fin de acero templado. Generalmente se emplean para transmitir movimiento entre dos ejes perpendiculares.



Figura 1.12. Rueda y tornillo sin fin

Tiene la ventaja o desventaja de que el sentido de giro no puede ser reversible, solamente se puede transmitir el movimiento del tornillo a la rueda y nunca al revés. Por un lado, es una ventaja porque permite que se pueda utilizar en aplicaciones en las que una vez que el motor se ha parado, no sea arrastrado por el propio peso. Y, por otro lado, supone una desventaja sobre todo para grandes relaciones de transmisión, ya que consume en rozamiento una parte importante de la potencia.

1.2.1.3. Engranajes para aplicaciones especiales

1.2.1.3.1. Planetarios

Un engranaje planetario o engranaje epicicloidal es un sistema de engranajes que consiste en uno o más engranajes externos, conocidos como satélites, que rotan sobre un engranaje central denominado planeta. Generalmente, los satélites se montan sobre un brazo móvil llamado portasatélites que, a su vez, puede rotar en relación al planeta.



Figura 1.13. Engranaje planetario

Los sistemas de engranajes planetarios pueden incorporar también el uso de un engranaje anular externo o corona que engrana con los satélites. El más utilizado se encuentra dentro de la transmisión de un vehículo.

1.2.1.3.2. Interiores

Los engranajes interiores son variaciones del engranaje recto en los que los dientes están tallados en la parte interior de una rueda con reborde, en vez de en el exterior. Los engranajes interiores suelen ser impulsados por un piñón, un engranaje pequeño con pocos dientes. Este tipo de engrane mantiene el sentido de la velocidad angular.



Figura 1.14. Engranaje interior

1.2.1.3.3. De cremallera

El mecanismo de cremallera aplicado a los engranajes lo componen una barra con dientes, la cual es considerada como un engranaje de diámetro infinito, y un engranaje de dientes rectos de menor diámetro. Este sistema sirve para transformar un movimiento de rotación del engranaje en un movimiento lineal de la cremallera.



Figura 1.15. Engranaje de cremallera

1.2.2. Topología de los ejes y árboles

Un eje es un elemento de máquina que sirve para sostener a otros elementos de máquinas que son giratorios, tales como poleas, engranajes locos, etc. Los ejes pueden permanecer inmóviles respecto a los elementos montados en ellos o pueden girar solidarios a ellos, pero nunca transmiten potencia por torsión. Mientras que, un árbol es un elemento de máquina que gira solidario con los elementos de máquinas que se montan en él, como pueden ser engranajes, poleas, volantes de inercia, etc., pero a diferencia de los ejes, transmite potencia.

Existen diferentes tipos de árboles y éstos se clasifican, por un lado, atendiendo a su configuración longitudinal, y, por otro lado, a la forma de su sección transversal [1]. Según estos criterios existen los siguientes tipos de árboles:

1.2.2.1. Atendiendo a su configuración longitudinal

1.2.2.1.1. Árboles rectos

Presentan simetría respecto a su eje geométrico de giro. Pueden ser macizos o huecos con sección constante o escalonada.



Figura 1.16. Árbol recto

Es la configuración de árbol más simple y barata de fabricar, pero con el inconveniente de que dificulta la fijación axial de los elementos que se montan sobre él y su posicionado respecto de los apoyos.

1.2.2.1.2. Árboles acodados

Los árboles acodados o cigüeñales se emplean para convertir movimientos de rotación en movimientos de traslación y viceversa.



Figura 1.17. Árbol acodado

1.2.2.1.3. Árboles flexibles

Los árboles flexibles tienen un eje geométrico que puede variar. Se emplean para transmitir potencia entre dos equipos, donde los ejes geométricos de giro forman un determinado ángulo entre sí, de manera que es imposible hacer un enlace rígido entre ellos.



Figura 1.18. Árbol flexible

1.2.2.2. Atendiendo a la forma de su sección transversal

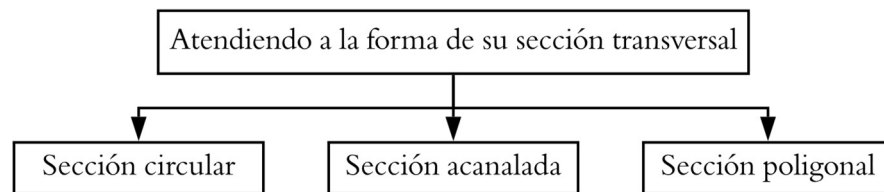


Figura 1.19. Clasificación de los árboles atendiendo a la forma de su sección transversal



Figura 1.20. Árbol de sección circular



Figura 1.21. Árbol de sección acanalada



Figura 1.22. Árbol de sección poligonal

1.2.3. Topología de los rodamientos

Los apoyos sirven para mantener los ejes y árboles, asegurar la posición requerida en el espacio, soportar los esfuerzos y transmitirlos al bastidor. Los tipos de apoyos que existen son cojinetes de deslizamiento (cojinetes) o cojinetes de rodamiento (rodamientos).

Entre las ventajas de los rodamientos frente a los cojinetes de deslizamiento cabe destacar:

- Menor coeficiente de rozamiento.
- Bajo consumo de lubricante.
- Menor sensibilidad a deformaciones de árboles y ejes.
- Precisa de menor espacio longitudinal.
- Pueden soportar carga radial y axial.
- Aviso anticipado del fallo por incremento del ruido.

El rodamiento es un mecanismo que está constituido por un anillo interior, un anillo exterior y un conjunto de elementos rodantes situados entre ellos. Como elemento auxiliar, y con el único objeto de que los elementos rodantes no queden sueltos dentro de los anillos, se usan unas armaduras, jaulas o separadores que se desplazan junto con los elementos rodantes, moviéndose alrededor del eje del rodamiento [2].



Figura 1.23. Elementos de un rodamiento

El rodamiento es un componente intermedio entre dos elementos de un mecanismo que están girando uno en relación al otro, con un rozamiento mínimo, destinado a garantizar sus posiciones relativas bajo carga.

En cuanto a la clasificación de estos elementos, se clasifican principalmente atendiendo al tipo de carga que soportan en radiales, axiales y mixtos. También se pueden clasificar atendiendo a su forma.

Según estos criterios existen los siguientes tipos de rodamientos:

1.2.3.1. Atendiendo al tipo de carga que soportan

Un rodamiento soporta una carga colocando elementos rodantes, tales como bolas o rodillos, entre dos anillos de rodamiento llamados pistas. Atendiendo al tipo de carga que soportan, los rodamientos se pueden clasificar en:

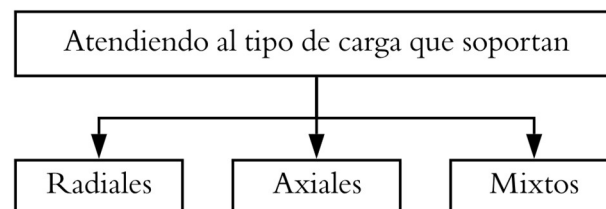


Figura 1.24. Clasificación de los rodamientos atendiendo al tipo de carga que soportan

1.2.3.1.1. Rodamientos radiales

Un rodamiento radial es el que soporta esfuerzos radiales, que son esfuerzos de dirección normal a la dirección que pasa por el centro de su eje.

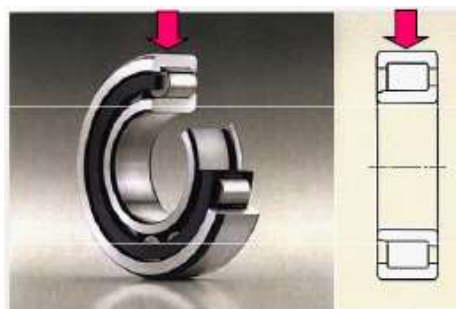


Figura 1.25. Rodamiento radial

1.2.3.1.2. Rodamientos axiales

Estos rodamientos pueden soportar cargas axiales en ambos sentidos, es decir, soporta esfuerzos en la dirección del eje que pasa por su centro. Por tanto, pueden servir para fijar un eje axialmente y no pueden soportar cargas radiales.

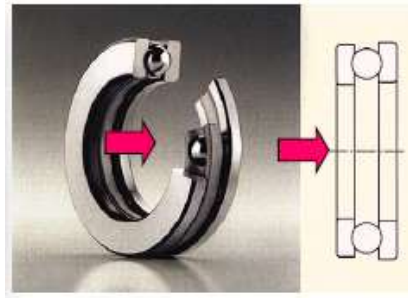


Figura 1.26. Rodamiento axial

1.2.3.1.3. Rodamientos mixtos

Es aquel capaz de soportar tanto esfuerzos axiales como radiales debido a su forma.

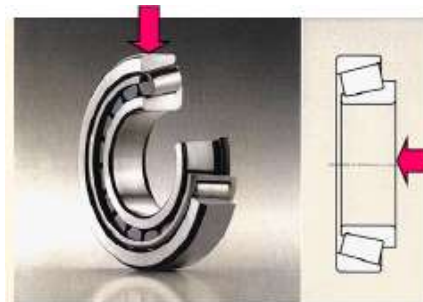


Figura 1.27. Rodamiento mixto

1.2.3.2. Atendiendo a su forma

Los rodamientos de elementos rodantes tienen la ventaja de un buen equilibrio entre coste, tamaño, peso, capacidad de carga, durabilidad, precisión, fricción, etc. Se pueden clasificar atendiendo a su forma como se muestra a continuación:

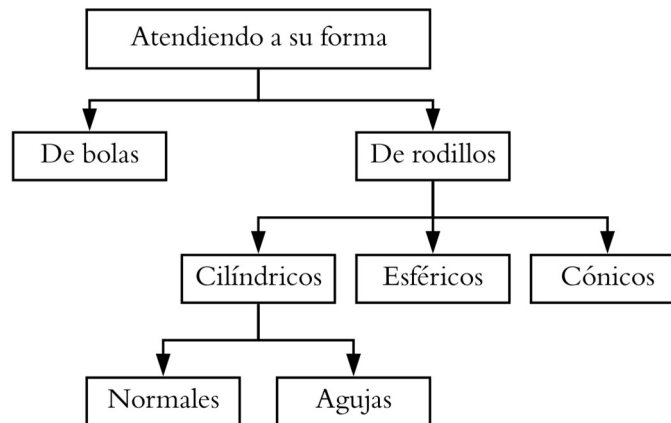


Figura 1.28. Clasificación de los rodamientos atendiendo a su forma

1.2.3.2.1. De bolas

Un rodamiento de bolas es un tipo de rodamiento de elementos rodante que utiliza bolas para mantener la separación entre las pistas del rodamiento. El propósito de un rodamiento de bolas es reducir la fricción rotacional y soportar cargas radiales y axiales. Para ello se utiliza al menos tres pistas para contener las bolas y transmitir las cargas a través de ellas.



Figura 1.29. Rodamientos de bolas

Entre los diseños más comunes de rodamientos de bolas existen: rodamiento rígido de bolas, rodamiento de bolas de contacto angular de una o dos hileras, rodamiento axial de bolas de una o dos hileras, rodamiento de cuatro caminos de rodadura y rodamiento oscilante de bolas.

En la mayoría de las aplicaciones, una de las pistas es estacionaria y la otra se fija al conjunto giratorio. Al girar una de las pistas del rodamiento, las bolas también giran. Debido a que las bolas están rodando, tienen un coeficiente de fricción menor que si dos superficies planas se deslizaran una contra la otra.

Los rodamientos de bolas tienden a tener una menor capacidad de carga para su tamaño que otros tipos de rodamientos de elementos rodantes debido a la menor área de contacto entre las bolas y las pistas. Sin embargo, pueden tolerar cierta desalineación de las pistas interior y exterior.

1.2.3.2.2. De rodillos

Los rodamientos de rodillos son un tipo de rodamiento de elementos rodantes que utiliza cilindros (rodillos) para mantener la separación entre las partes móviles del rodamiento, en lugar de utilizar bolas como elemento rodante. El propósito de un rodamiento de rodillos es reducir la fricción rotacional y soportar cargas radiales y axiales.



Figura 1.30. Rodamientos de rodillos

En comparación con los rodamientos de bolas, los rodamientos de rodillos pueden soportar grandes cargas radiales y cargas axiales limitadas (paralelas al eje). Pueden operar a velocidades moderadas o altas, aunque las velocidades máximas están típicamente por debajo de las velocidades más altas de los rodamientos de bolas.

Los diseños más comunes de rodamientos de rodillos son: rodamiento de rodillos cilíndricos, rodamiento axial de rodillos cilíndricos, rodamiento de agujas, rodamiento de rodillos oscilantes de una o dos hileras, rodamiento axial de rodillos oscilantes y rodamiento de rodillos cónicos.

1.3. Motivación del trabajo

El campo de aplicación de los sistemas de engranajes es prácticamente ilimitado. Estos sistemas se pueden encontrar tanto en el transporte terrestre, marítimo y aéreo, como en industrias y centrales de producción de energía. También tienen su aplicación en los más simples movimientos de accionamiento manual. Dicha variedad de aplicaciones tiene una única finalidad: la transmisión de la rotación o giro de un eje a otro distinto, reduciendo o aumentando la velocidad.

Las transmisiones mecánicas son mecanismos que se emplean para transmitir potencia desde un sistema motriz al órgano de trabajo de una máquina, generalmente mediante la transformación de velocidades, de las fuerzas o de los momentos.

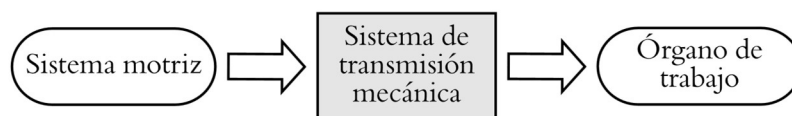


Figura 1.31. Finalidad de los sistemas de transmisión

La necesidad de utilizar una transmisión entre un sistema motriz y el órgano de trabajo de una máquina puede ser debida a múltiples causas [2]:

- Frecuentemente, las velocidades requeridas por los órganos de trabajo de la máquina son diferentes de las velocidades de los sistemas motrices estandarizados.
- Puede ser necesario regular la velocidad requerida por los órganos de trabajo de la máquina, pero realizar esto directamente con el sistema motriz puede ser imposible o no ser económico.
- Para el accionamiento de la máquina en ciertos períodos, ésta puede necesitar momentos de torsión que sobrepasen el par de torsión del sistema motriz.
- Puede ser necesario que el sistema motriz accione varios mecanismos, los cuales deben funcionar a distintas velocidades.

- Ciertos órganos de trabajo de la máquina pueden requerir ir variando su velocidad con paradas periódicas, mientras que los sistemas motrices estandarizados pueden transmitir un movimiento giratorio uniforme.

El diseño de un sistema de transmisión de potencia consiste en el análisis y selección de cada uno de los componentes del sistema (engranajes, ejes, rodamientos, etc.) por separado, aunque estos componentes no son independientes entre sí. Por ejemplo, para diseñar un eje que sea capaz de soportar los esfuerzos requeridos, es necesario conocer las fuerzas aplicadas sobre el mismo. Si dichas fuerzas se transmiten mediante un sistema de engranajes, se requerirán las especificaciones de los engranajes para determinar las fuerzas que se transmitirán al eje. Sin embargo, los engranajes normalizados que se pueden encontrar en el mercado tienen unos parámetros predefinidos, entre los que se encuentra el diámetro interior, lo que supone conocer el diámetro necesario del eje. Por lo que se puede concluir que el proceso de diseño es interdependiente e iterativo.

Una vez analizados los pasos de este proceso iterativo, se establecen cuáles son las especificaciones técnicas que debe conocer el diseñador, y que deberá cumplir el diseño, previo al comienzo del análisis y selección de cada componente del sistema de transmisión.

El presente trabajo pretende facilitar el diseño y cálculo de un sistema de transmisión por engranajes de dientes rectos y ejes paralelos mediante un programa de cálculo que sirva para el diseño y cálculo de los diferentes elementos mecánicos que componen el sistema de transmisión, a partir de ciertas especificaciones de diseño establecidas por el usuario.

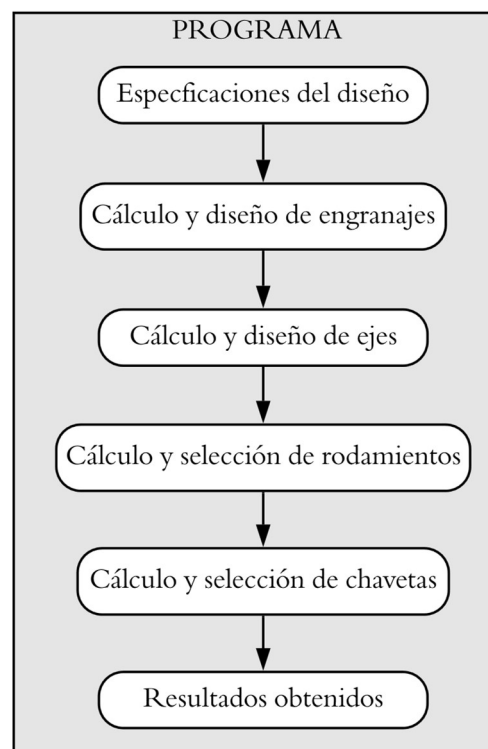


Figura 1.32. Flujograma del programa desarrollado

2 IMPLEMENTACIÓN DE LA HERRAMIENTA DESARROLLADA

En el presente capítulo se expondrá el entorno de desarrollo utilizado para la realización del presente trabajo y se desarrollarán los pasos seguidos para diseñar y calcular los elementos mecánicos de un sistema de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos. Se explicarán los fundamentos teóricos en los que se basa cada uno de los análisis de los diferentes elementos, identificando sus correspondientes líneas de código en la herramienta desarrollada en Matlab.

Se trata de una herramienta desarrollada en el entorno de Matlab capaz de realizar los cálculos, análisis y verificaciones pertinentes para cada uno de los componentes mecánicos del sistema de engranajes y establecer un diseño de los mismos, conforme a las especificaciones técnicas de diseño requeridas por el programa y que son introducidas por el usuario.

2.1 Entorno de desarrollo empleado

Matlab (matrix laboratory) combina un entorno de escritorio perfeccionado para el análisis iterativo y los procesos de diseño con un lenguaje de programación que expresa las matemáticas y arrays directamente. Es un entorno de cálculo numérico que ofrece un entorno de desarrollo integrado con un lenguaje de programación propio, conocido como lenguaje M, desarrollado por MathWorks [3].

Matlab permite la manipulación de matrices, el trazado de funciones y datos, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario e interactuar con programas escritos en otros lenguajes, incluyendo C, C++, Java, Fortran y Python. Este sistema está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac OS y GNU/Linux.

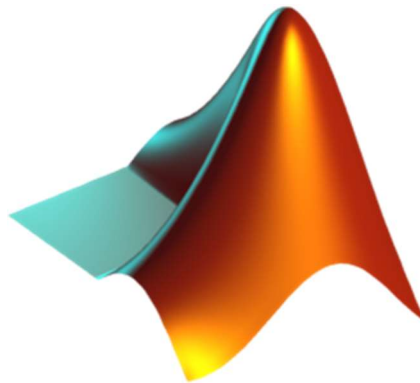


Figura 2.1. Matlab

En el ámbito académico y de investigación, es la herramienta por excelencia para los cursos introductorios y avanzados de ingeniería, investigación y matemáticas. En la industria es la herramienta usada para la investigación, análisis y desarrollo de nuevos productos tecnológicos.

La herramienta Matlab está construida alrededor del lenguaje de scripting de Matlab. El uso común de la aplicación implica el uso de la ventana de comandos como un shell matemático interactivo o la ejecución de archivos de texto que contienen código de Matlab desde la carpeta actual sobre la que se trabaja.

La carpeta actual es una ubicación de referencia que Matlab utiliza para buscar archivos. Esta carpeta se conoce

a veces como el directorio actual, la carpeta de trabajo actual o el directorio de trabajo actual.

La ventana de comandos (Command Window) permite introducir expresiones individuales en la línea de comandos y ver los resultados generados. Es en el símbolo de la ventana de comandos, `>>`, donde se introducen las expresiones. Por ejemplo, se puede introducir una función de Matlab con argumentos o asignar valores a variables. El símbolo indica que Matlab está listo para aceptar entradas. Cuando aparece el indicador, se puede introducir una variable o ejecutar una expresión. Este indicador también se conoce como línea de comandos.



Figura 2.2. Ventana de comandos

El espacio de trabajo (Workspace) contiene variables que se crean o importan a Matlab desde archivos de datos u otros programas. Se puede ver y editar el contenido del espacio de trabajo en el explorador del espacio de trabajo o en la ventana de comandos.

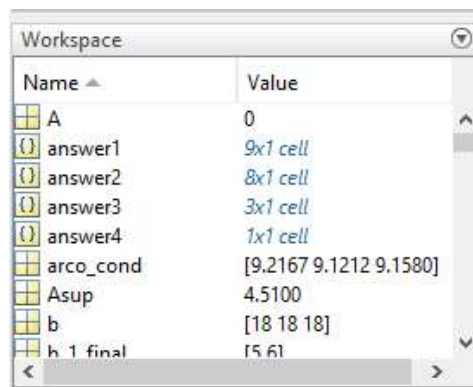


Figura 2.3. Espacio de trabajo

Por tanto, el navegador del espacio de trabajo permite ver y gestionar interactivamente el contenido del espacio de trabajo de Matlab, mostrando el nombre de cada variable, su valor, el tamaño de la matriz, su tamaño en bytes y la clase. El icono de cada variable denota su clase. Para cada variable u objeto en el espacio de trabajo, el explorador de Workspace también puede mostrar estadísticas, cuando proceda, como el mínimo, máximo y medio.

Las variables se definen utilizando el operador de asignación, `=`. Matlab es un lenguaje de programación débilmente mecanografiado porque los tipos se convierten implícitamente. Es un lenguaje mecanografiado inferido porque las variables pueden ser asignadas sin declarar su tipo, excepto si van a ser tratadas como objetos simbólicos, y que su tipo puede cambiar. Los valores pueden provenir de constantes, de cálculos que involucran valores de otras variables, o de la salida de una función.

Una matriz simple, comúnmente denominada vector, se define usando la sintaxis de dos puntos siguiente, `inicial:incremento:final`, de forma que el primer término corresponde al primer número del vector, el segundo valor es el incremento de cada componente del vector con respecto del anterior y el término colocado después del último dos puntos es el último número del vector. Por ejemplo, el array `= 1:2:7` corresponde con el vector,

array = 1 3 5 7. El valor del incremento puede ser omitido de esta sintaxis, para usar un valor por defecto de 1.

Las matrices se pueden definir separando los elementos de una fila con espacio en blanco o coma y utilizando un punto y coma para terminar cada fila. La lista de elementos debe estar rodeada de corchetes, mientras que los paréntesis se utilizan para acceder a elementos y subarrays.

Una función es un grupo de expresiones que juntas realizan una tarea. En Matlab, las funciones se definen en ficheros separados. Al crear una función de Matlab, el nombre del fichero debe coincidir con el nombre de la primera función del mismo. Los nombres válidos para las funciones comienzan con un caracter alfabético y pueden contener letras, números o guiones bajos.

Matlab permite realizar interfaces gráficas de usuario (GUIs) de manera sencilla mediante la herramienta GUIDE (Graphical User Interface Development Environment). Las GUI permiten un control sencillo de las aplicaciones de software, eliminando la necesidad de aprender un lenguaje y escribir comandos a fin de ejecutar una aplicación. Por lo general, la GUI incluye controles tales como menús, barras de herramientas, botones y controles deslizantes. Es posible diseñar gráficamente y programáticamente la interfaz de usuario. Gráficamente, GUIDE genera de manera automática el código de Matlab para construir la interfaz, el cual se puede modificar para programar su comportamiento. Se puede crear código de Matlab que defina las propiedades y los comportamientos de todos los componentes de forma programática, a fin de ejercer un mayor control sobre el diseño y el desarrollo [4].

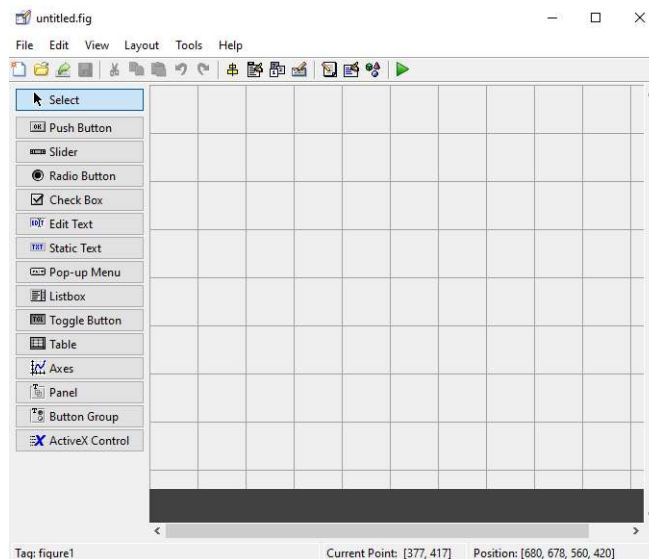


Figura 2.4. Entorno de desarrollo GUI

Matlab también tiene características de trazado de gráficos muy bien integradas. Por ejemplo, el trazado de funciones puede usarse para producir un gráfico a partir de dos vectores x e y . Las funciones gráficas permiten visualizar datos y comunicar resultados en dos y tres dimensiones. Un programa de Matlab puede producir gráficos tridimensionales utilizando las funciones `surf`, `plot3` o `mesh`; mientras que, para crear gráficas de líneas bidimensionales, se utiliza la función `plot`. Además, se pueden personalizar los gráficos de forma interactiva o programática.

2.2 Especificaciones de diseño de sistemas de transmisión por engranajes

Al ejecutar el programa, se muestra una interfaz de usuario donde, en primer lugar, se explica brevemente al usuario los datos mínimos sobre las especificaciones de diseño del sistema de engranajes que se requieren a continuación. Una vez se completan las especificaciones técnicas necesarias para el diseño de cada uno de los componentes mecánicos de este sistema, el propio programa realiza los cálculos y muestra al usuario el diseño y los parámetros de cada uno de los elementos del sistema. Para ello, primero comienza estableciendo el número de pares de engranajes de los que debe disponer el sistema de transmisión. Con este valor se procede al diseño

y cálculo de los engranajes, seguido de los diferentes ejes sobre los que se montan dichos engranajes, así como los rodamientos y chavetas necesarios para completar el sistema de transmisión. Los procedimientos de cálculo para cada elemento se detallan en el apartado 3 del presente trabajo.

Los resultados obtenidos se muestran mediante figuras donde aparece el diseño del elemento mecánico junto con los parámetros de diseño necesarios para montar el sistema de transmisión mediante catálogo.

En caso de que se detecte un error o análisis fallido durante la ejecución del programa, éste muestra un mensaje de error donde se proponen posibles modificaciones para solucionar el problema.

Por tanto, el trabajo que nos ocupa comienza con la petición al usuario de una serie de especificaciones de diseño del sistema de transmisión en general y de cada uno de los elementos mecánicos de dicho sistema de forma individual, a partir de las cuales el programa realizará los análisis componente a componente y proporcionará una posible solución del sistema de engranajes diseñado.

En primer lugar, aparece una ventana de diálogo donde se indican los datos mínimos de diseño que el usuario debe introducir en la siguiente ventana para poder diseñar la transmisión por engranajes. Los datos mínimos sobre las especificaciones técnicas del diseño que debe rellenar son:

1. La potencia a transmitir.
2. La relación de transmisión y una de las velocidades (entrada o salida), o las dos velocidades requeridas.
3. La dimensión de la caja (X) perpendicular a los ejes o la distancia entre ejes.
4. La dimensión mínima de la caja (Y) en la dirección de los ejes.
5. El sentido de giro de los ejes de entrada y salida.

Para crear dicha ventana de diálogo se ha utilizado la función de Matlab *msgbox* que crea una caja de diálogo que automáticamente envuelve el mensaje para que se ajuste a una figura de tamaño apropiado.

```
%Datos mínimos especificaciones técnicas
f=msgbox({'En la siguiente ventana debe rellenar como mínimo:',' ' ';...
    '1. La potencia a transmitir.',' ' ';...
    '2. La relación de transmisión y una de las velocidades, o las dos velocidades
requeridas.',' ' ';...
    '3. La dimensión de la caja (X) perpendicular a los ejes o la distancia entre
ejes.',' ' ';...
    '4. La dimensión mínima de la caja (Y) en la dirección de los ejes.',' ' ';...
    '5. El sentido de giro de los ejes de entrada y salida.'},'Datos mínimos
diseño');
uiwait(f);
```

Figura 2.5. Datos mínimos del diseño

Además, *uiwait* bloquea la caja de diálogo de Matlab hasta que el usuario responda a la misma.

Cuando han sido aceptadas las instrucciones anteriores, el programa prosigue con su ejecución y muestra una segunda ventana o cuadro de diálogo donde se deben introducir las especificaciones técnicas de diseño para el sistema de transmisión deseado, como son:

- Potencia a transmitir (kW).
- Relación de transmisión.
- Velocidad de entrada (rpm).
- Velocidad de salida (rpm).
- Sentido de giro de los ejes de entrada y salida.
- Dimensión de la caja (X) perpendicular a los ejes (mm).
- Dimensión de la caja (Y) en la dirección de los ejes (mm).
- Altura máxima (Z) de la caja (mm).

- Distancia entre ejes (mm).

Se ha empleado la función *inputdlg* para recopilar las entradas del usuario, estableciendo unos valores predeterminados en algunos parámetros como ejemplo.

```
%Especificaciones técnicas del diseño
prompt1 = {'Potencia a transmitir (kW):','Relación de transmisión:',...
    'Velocidad de entrada (rpm):','Velocidad de salida (rpm):',...
    'Sentido de giro de los ejes de entrada y salida [Mismo sentido=0;Sentido
    contrario=1]:'...
    'Dimensión de la caja (X) perpendicular a los ejes (mm):'...
    'Dimensión de la caja (Y) en la dirección de los ejes (mm):',...
    'Altura máxima (Z) de la caja (mm):','Distancia entre ejes (mm):'};
title1 = 'Especificaciones del diseño';
dims1 = [1 60];
definput1 = {'0.1',' ','2295','32','1','300','500','300',' '};
answer1 = inputdlg(prompt1,title1,dims1,definput1);
```

Figura 2.6. Especificaciones técnicas del diseño

Si la ventana de diálogo anterior con las especificaciones técnicas del diseño se deja por completo sin rellenar, faltan algunos de los datos mínimos exigidos o se introducen más datos de los necesarios, aparece un mensaje de error indicando el problema detectado y el programa se detiene. Para ello también se ha utilizado la función *msgbox*, a la que se le incluye un icono de error incorporado con el mensaje de error en un cuadro de diálogo titulado Error. Además, para determinar si hay datos necesarios sin introducir, se ha empleado la función *isempty* que devuelve el lógico 1 (verdadero) si el array está vacío o el lógico 0 (falso) en caso contrario.

```
if isempty(answer1)==1
    f0=msgbox('Debe rellenar los datos mínimos de diseño.','Error','error');
    break;
else
    H=str2num(answer1{1});
    k=str2num(answer1{2});
    w_e=str2num(answer1{3});
    w_s=str2num(answer1{4});
    giro=str2num(answer1{5});
    X=str2num(answer1{6});
    Y=str2num(answer1{7});
    Z=str2num(answer1{8});
    DC=str2num(answer1{9});
end
if isempty(answer1{1})==1 & isempty(answer1{2})==1 & isempty(answer1{3})==1 &
isempty(answer1{4})==1 & isempty(answer1{5})==1 & isempty(answer1{6})==1 &
isempty(answer1{7})==1 & isempty(answer1{8})==1
    f1=msgbox('Debe rellenar los datos mínimos de diseño.','Error','error');
    break;
elseif isempty(answer1{1})==1
    f2=msgbox('Debe rellenar la potencia a transmitir.','Error','error');
    break;
elseif (isempty(answer1{2})==1 & isempty(answer1{3})==1) |
(isempty(answer1{2})==1 & isempty(answer1{4})==1) | (isempty(answer1{3})==1 &
isempty(answer1{4})==1)
    f3=msgbox('Debe rellenar la relación de transmisión y una de las
    velocidades, o las dos velocidades requeridas.','Error','error');
    break;
elseif isempty(answer1{5})==1
    f4=msgbox('Debe rellenar el sentido de giro de los ejes de entrada y
    salida.','Error','error');
    break;
elseif (isempty(answer1{6})==1 & isempty(answer1{9})==1)
    f5=msgbox('Debe rellenar la dimensión de la caja (X) perpendicular a los
    ejes o la distancia entre ejes.','Error','error');
    break;
elseif isempty(answer1{7})==1
```

```

        f6=msgbox('Debe rellenar la dimensión de la caja (Y) en la dirección de los
ejes.','Error','error');
        break;
    elseif (isempty(answer1{2})~=1 & isempty(answer1{3})~=1 &
isempty(answer1{4})~=1)
        f7=msgbox('Solo debe rellenar la relación de transmisión y una de las
velocidades, o las dos velocidades.','Error','error');
        break;
    elseif (isempty(answer1{6})~=1 & isempty(answer1{9})~=1)
        f8=msgbox('Solo debe rellenar la dimensión de la caja (X) perpendicular a
los ejes o la distancia entre ejes.','Error','error');
        break;
    elseif giro~=0 & giro~=1
        f9=msgbox('Debe rellenar el sentido de giro con un 0 ó 1.','Error','error');
        break;
    end

```

Figura 2.7. Errores en la introducción de especificaciones

En cuanto a las especificaciones de cada uno de los elementos mecánicos del sistema de transmisión, se requieren otra serie de parámetros, entre los que se incluye el material. Se comienza con los engranajes que formarán el sistema, para los que se solicita:

- Fuente de potencia.
- Máquina impulsada.
- Condiciones del soporte.
- Tipo de engrane intermedio.
- Confiabilidad (%).
- Resistencia a la fatiga por flexión (MPa).
- Coeficiente elástico ($\text{MPa}^{0.5}$).
- Resistencia a la fatiga superficial (MPa).

Las tres últimas especificaciones sólo se deben rellenar si el usuario ha elegido previamente un material para los engranajes. En caso contrario, se puede seleccionar un material de la lista que ofrece el programa.

Para mostrar dicho mensaje e introducir las especificaciones requeridas para los engranajes se emplean también las funciones citadas anteriormente, quedando las líneas de código como se muestran a continuación.

```

%Datos mínimos otras especificaciones de los engranajes
g=msgbox({'Si ha elegido un material para los engranajes, debe introducir todos
los datos de la siguiente ventana.':' '};...
'En caso contrario, no rellene los tres últimos datos y seleccione un
material de la lista siguiente.'],'Datos mínimos engranajes');
uiwait(g);
%Otras especificaciones de los engranajes
prompt2 = {'Fuente de potencia [Uniforme=1; Impacto suave=2; Impacto medio=3]:',
'Máquina impulsada [Uniforme=1; Impacto moderado=2; Impacto fuerte=3]:'...
'Condiciones del soporte [Montaje preciso=1; Montaje poco rígido y contacto
en toda la cara=2; Montaje tal que contacto en menos de la cara completa=3]:'...
'Tipo de engrane intermedio [Engrane normal=1; Engrane loco=0]:'...
'Confiabilidad (%) [99.99; 99.9; 99; 90; 50]:','Resistencia a la fatiga por
flexión (MPa):','Coeficiente elástico ( $\text{MPa}^{0.5}$ ):','Resistencia a la fatiga
superficial (MPa):'};
title2 = 'Especificaciones de los engranajes';
dims2 = [1 70];
definput2 = {'1','2','2','1','99','300','191','3000'};
answer2 = inputdlg(prompt2,title2,dims2,definput2);

```

Figura 2.8. Especificaciones de los engranajes

Al igual que en el caso anterior, si la ventana de diálogo anterior con las especificaciones técnicas de los engranajes se deja sin rellenar o faltan algunos de los datos mínimos exigidos, aparece un mensaje de error indicando el problema detectado y el programa se detiene.

La lista de materiales para los engranajes se crea utilizando la función *listdlg* de Matlab, una caja de diálogo que permite al usuario seleccionar uno o más elementos de la lista especificada, en este caso solo un material de los disponibles. Una vez elegido el material, el programa asigna a las variables resistencia a la fatiga por flexión, coeficiente elástico y resistencia a la fatiga superficial el valor correspondiente según el material.

```
%Lista de materiales para los engranajes
list1 = {'Acero AISI 4140','Acero AISI 4340','Endurecido por llama o por
inducción (Tipo A)','Endurecido por llama o por inducción (Tipo B)','Carburado y
recubrimiento endurecido','Nitroaleación 135M','Nitroaleación N','Cromo al 2.5%'};
[indx1,tfl] = listdlg('PromptString','Seleccione material para los
engranajes:','SelectionMode','single','ListSize',[250,200],'ListString',list1);

if indx1==1
    Sflex2=310;
    coef2=191;
    Ssup2=1250;
    mat_gear='Acero AISI 4140';
elseif indx1==2
    Sflex2=325;
    coef2=191;
    Ssup2=1200;
    mat_gear='Acero AISI 4340';
elseif indx1==3
    Sflex2=380;
    coef2=191;
    Ssup2=1300;
    mat_gear='Endurecido por llama o por inducción (Tipo A)';
elseif indx1==4
    Sflex2=150;
    coef2=191;
    Ssup2=1300;
    mat_gear='Endurecido por llama o por inducción (Tipo B)';
elseif indx1==5
    Sflex2=520;
    coef2=191;
    Ssup2=1300;
    mat_gear='Carburado y recubrimiento endurecido';
elseif indx1==6
    Sflex2=330;
    coef2=191;
    Ssup2=1350;
    mat_gear='Nitroaleación 135M';
elseif indx1==7
    Sflex2=345;
    coef2=191;
    Ssup2=1410;
    mat_gear='Nitroaleación N';
elseif indx1==8
    Sflex2=450;
    coef2=191;
    Ssup2=1200;
    mat_gear='Cromo al 2.5%';
elseif isempty(answer2{6})==1 & isempty(answer2{7})==1 & isempty(answer2{8})==1
& isempty(indx1)
    f22=msgbox('Debe seleccionar un material para los
engranajes.','Error','error');
    break;
else
    mat_gear=0;
end
```

Figura 2.9. Lista de materiales para los engranajes

Las especificaciones de los ejes son únicamente las relacionadas con el material de los mismos. Si el usuario ha seleccionado un material previamente, debe conocer e introducir la resistencia a la rotura (MPa), la resistencia de fluencia (MPa) y el tipo de laminado del mismo. En caso contrario, dispone de una lista de materiales para seleccionar el que desee.

Las líneas de código del programa donde se han implementado estas especificaciones junto con los mensajes de error correspondientes son las siguientes.

```
%Datos mínimos otras especificaciones de los ejes
h=msgbox({'Si ha elegido un material para los ejes, debe introducir todos los
datos de la siguiente ventana.';'';...
'En caso contrario, no rellene los datos y seleccione un material de la
lista siguiente.'},'Datos mínimos ejes');
uiwait(h);
%Otras especificaciones de los ejes
prompt3 = {'Resistencia a la rotura(MPa):','Resistencia de fluencia(MPa):','Tipo
de laminado [En frío=1; En caliente=2]:'};
title3 = 'Especificaciones de los ejes';
dims3 = [1 50];
answer3 = inputdlg(prompt3,title3,dims3);

if isempty(answer3)~=1
    Sut=str2num(answer3{1});
    Syt=str2num(answer3{2});
    laminado=str2num(answer3{3});
    if laminado==1
        d=50;
        Asup=4.51;
        bsup=-0.265;
    elseif laminado==0
        d=100;
        Asup=57.7;
        bsup=-0.718;
    end
end
if Sut~=0 & Syt~=0 & laminado~=1 & laminado~=2
    f23=msgbox('Debe rellenar el tipo de laminado con un 1 ó
2.','Error','error');
    break;
end
```

Figura 2.10. Especificaciones de los ejes

La lista de materiales disponible en el programa junto con los parámetros necesarios para cada uno de ellos es la que se muestra en las siguientes líneas de código.

```
%Lista de materiales para los ejes
list2 = {'Acero AISI 1020 laminado en frío','Acero AISI 1020 laminado en
caliente'};
[indx2,tf2] = listdlg('PromptString','Seleccione material para los
ejes:','SelectionMode','single','ListSize',[250,150],'ListString',list2);

if indx2==1
    Sut=420;
    Syt=350;
    d=50;
    Asup=4.51;
    bsup=-0.265;
    mat_eje='Acero AISI 1020 laminado en frío';
elseif indx2==2
    Sut=448;
    Syt=296;
    d=100;
    Asup=57.7;
```

```

        bsup=-0.718;
        mat_eje='Acero AISI 1020 laminado en caliente';
        elseif isempty(answer3{1})==1 & isempty(answer3{2})==1 & isempty(answer3{3})==1
        & isempty(indx2)
            f24=msgbox('Debe seleccionar un material para los ejes.','Error','error');
            break;
        else
            mat_eje=0;
        end

```

Figura 2.11. Lista de materiales para los ejes

Para los rodamientos de la transmisión no se exigen especificaciones técnicas concretas. Sin embargo, en el caso de las chavetas, se precisa conocer el material deseado para su diseño. De forma que, si el usuario desea un material del que conoce la resistencia de fluencia (MPa), solo debe introducir el valor.

```

%Datos mínimos otras especificaciones de las chavetas
j=msgbox({'Si ha elegido un material para las chavetas, debe introducir la
resistencia de fluencia en la siguiente ventana.';' '};...
'En caso contrario, no rellene el dato y seleccione un material de la lista
siguiente.'}, 'Datos mínimos chavetas');
uiwait(j);
%Otras especificaciones de las chavetas
prompt4 = {'Resistencia de fluencia(MPa):'};
title4 = 'Especificaciones de las chavetas';
dims4 = [1 55];
answer4 = inputdlg(prompt4,title4,dims4);

if isempty(answer4)~=1
    Sy=str2num(answer4{1});
end

```

Figura 2.12. Especificaciones de las chavetas

Si, por el contrario, no ha elegido un material previamente para las chavetas, se ofrece una lista de materiales que ya tienen asignado el valor de dicha resistencia.

```

%Lista de materiales para chavetas
list3 = {'Acero AISI 1015 estirado en frío','Acero sin tratar C45','Acero
Inoxidable AISI 316Ti'};
[indx3,tf3] = listdlg('PromptString','Seleccione material para las
chavetas:', 'SelectionMode', 'single', 'ListSize', [250,150], 'ListString', list3);

if indx3==1
    Sy=325;
    mat_chaveta='Acero AISI 1015 estirado en frío';
elseif indx3==2
    Sy=305;
    mat_chaveta='Acero sin tratar C45';
elseif indx3==3
    Sy=305;
    mat_chaveta='Acero Inoxidable AISI 316Ti';
elseif isempty(answer4{1})==1 & isempty(indx3)==1
    f25=msgbox('Debe seleccionar un material para las
chavetas.','Error','error');
    break;
else
    mat_chaveta=0;
end

```

Figura 2.13. Lista de materiales para las chavetas

La necesidad y el uso de todos los parámetros requeridos en las especificaciones técnicas quedará definido en los siguientes apartados del presente trabajo, donde se explica de forma teórica los procesos de cálculo empleados para diseñar y seleccionar los diferentes elementos del sistema.

2.3 Diseño de elementos mecánicos

Como se ha mencionado en apartados anteriores, el diseño de un sistema de transmisión es un proceso iterativo en el que el proceso de diseño de cada uno de los elementos del sistema no es independiente. Conocer las dependencias entre las diferentes partes de estos sistemas es lo que permite al diseñador establecer cuáles serán los elementos que se verán afectados al realizar un cambio en los parámetros de diseño. Aunque no existe una secuencia de pasos para este proceso de diseño, conocidas las dependencias entre los elementos mecánicos, se puede establecer el proceso reflejado en la figura 1.32 que corresponde con los pasos seguidos para desarrollar la herramienta objeto del presente trabajo.

2.3.1. Cálculo y diseño de engranajes

Se ha implementado el dimensionado, análisis y verificación de los engranajes siguiendo un proceso que parte de las especificaciones de diseño introducidas por el usuario y que continua con:

- I. Calcular el número mínimo de pares de engranajes del sistema.
- II. Obtener el número de dientes de cada engranaje.
- III. Establecer el tipo de engrane de cada par de engranajes (engrane interior o exterior).
- IV. Realizar un análisis de fuerzas de cada par.
- V. Realizar un análisis de tensiones de cada par.
- VI. Obtener el diseño de cada engranaje.

Un esquema general del proceso desarrollado es el que aparece reflejado en la siguiente figura.

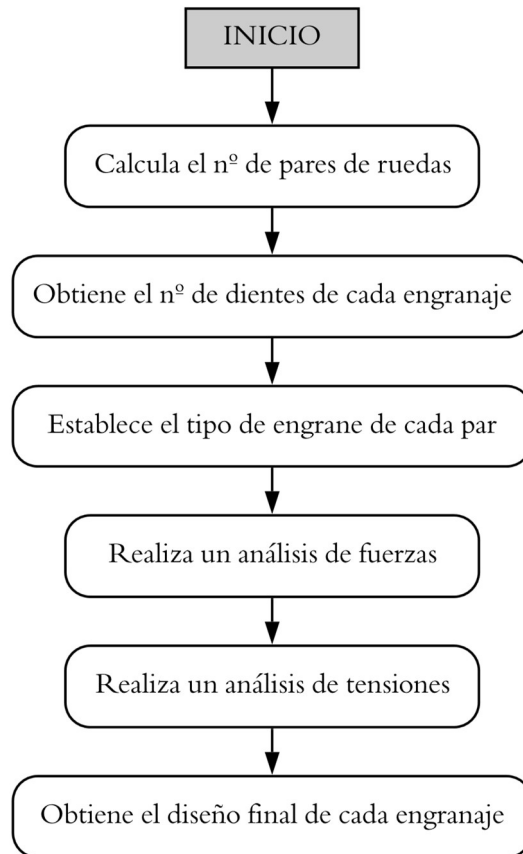


Figura 2.14. Flujograma cálculo de engranajes

2.3.1.1. Geometría y nomenclatura

Antes de comenzar con el desarrollo de los pasos del proceso de cálculo de los engranajes, conviene aclarar la terminología de los engranajes de dientes rectos, así como los diferentes sistemas de unidades y las leyes que fundamentan el cálculo de los mismos.

Los términos que definen a los engranajes de dientes rectos son los que aparecen en la Figura 2.15 siguiente [5], donde se encuentra el parámetro en el que se basan todos los cálculos de forma general, el círculo de paso. Se trata de un círculo teórico cuyo diámetro es el diámetro de paso, d .

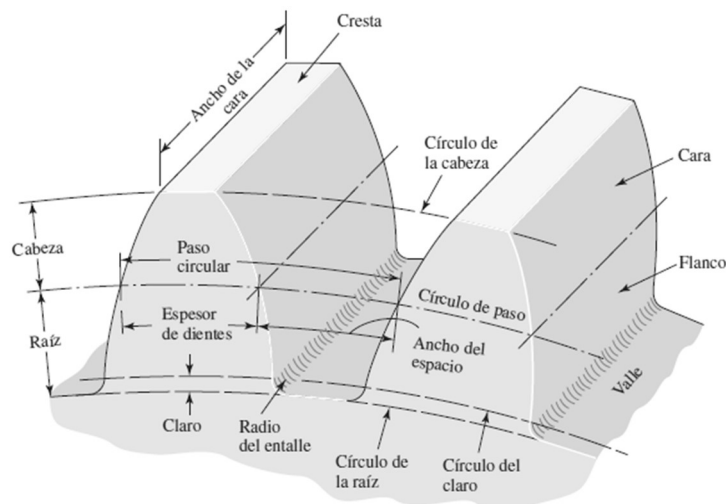


Figura 2.15. Nomenclatura engranajes de dientes rectos

Otros términos que cabe destacar en cuanto a la nomenclatura reflejada en la figura anterior son [5]:

- El paso circular, p , es la distancia desde un punto de un diente hasta el punto correspondiente del diente adyacente, medido sobre el círculo de paso. Es decir, el paso circular es igual a la suma del ancho del espacio y el espesor del diente, tal como se muestra en la Figura 2.15.
- El módulo m representa la relación entre el diámetro de paso y el número de dientes, siendo la unidad comúnmente empleada el milímetro. El módulo señala el índice del tamaño de los dientes en unidades del Sistema Internacional.
- El paso diametral, P , al contrario que el módulo, es la relación del número de dientes del engranaje respecto del diámetro de paso. Este parámetro se expresa en dientes por pulgada porque se utilizaba solo con unidades del sistema inglés.
- La cabeza es la distancia radial entre la cresta del diente y el círculo de paso, mientras que la raíz es la distancia entre el círculo de paso y el fondo. El resultado de la suma de la cabeza y la raíz es la altura o profundidad total del diente.

Las relaciones que existen entre los parámetros de estos engranajes se resumen en las siguientes ecuaciones:

$$P = \frac{N}{d} \quad (2-1)$$

$$m = \frac{d}{N} \quad (2-2)$$

$$p = \frac{\pi \cdot d}{N} = \pi \cdot m \quad (2-3)$$

$$p \cdot P = \pi \quad (2-4)$$

donde P = paso diametral (dientes por pulgada)

N = número de dientes

d = diámetro de paso (pulg)

m = módulo (mm)

d = diámetro de paso (mm)

p = paso circular

De acuerdo con las definiciones y ecuaciones anteriores, se pueden distinguir dos sistemas de unidades, el Sistema Internacional de Unidades (SI) que se usa en casi todos los países del mundo y el Sistema inglés. El sistema inglés se utiliza en la ecuación (2-1) para obtener el paso diametral P en dientes por pulgada, siendo N el número de dientes y d el diámetro de paso en pulgadas. Además, en este sistema, los engranajes por lo general se fabrican con un valor entero de paso diametral. Por otra parte, el Sistema Internacional se emplea tanto para las ecuaciones (2-2) y (2-3) y las combinaciones que se pueden obtener de ambas, donde en la ecuación (2-2) el módulo m se obtiene en milímetros por diente y en la (2-3) el paso circular p en milímetros. Los tamaños de los dientes de uso general de este segundo sistema son los que aparecen en la siguiente tabla [5]:

Tabla 2.1. Tamaño de los dientes

Módulos	
Preferidos	1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Siguiente elección	1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

Sin embargo, ambos sistemas de unidades coinciden en que el ángulo de presión más común es 20 grados. Aunque en USA también es estándar 25 grados y $14\frac{1}{2}$ grados. Además, la altura del diente estándar es $1/P$ (pulgadas) o m (módulo en milímetros), y el ancho de cara, aunque no está estandarizado, se puede aproximar a $9/P < b < 14/P$ ó $9m < b < 14m$, según el sistema de unidades que se prefiera.

Los parámetros geométricos necesarios para el diseño de un sistema de transmisión cualquiera, haciendo uso de la herramienta desarrollada en Matlab, se obtendrán a lo largo del código en los pasos del proceso de cálculo que demanden alguno de ellos para el correcto análisis y verificación de resultados.

Por otra parte, la ley fundamental del engrane establece que la relación de velocidad angular entre engranes de un par de engranajes permanece constante mientras permanecen engranados. Para ello, la normal común a los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto cuando están engranados, siempre debe pasar por un punto fijo sobre la línea de centro llamado punto de paso (P). Ello se puede conseguir con diversas formas del diente.

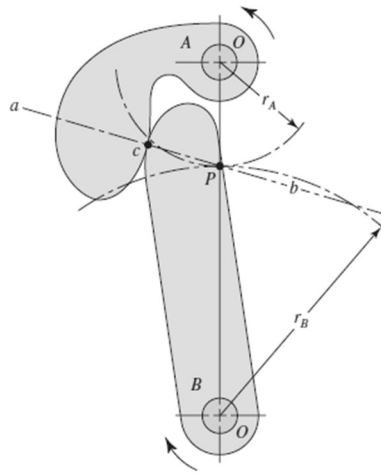


Figura 2.16. Evolvente del círculo [5]

Los engranes son tolerantes a los cambios en la distancia entre centros si se emplean curvas involutas y sin mostrar variación en la relación constante de la velocidad angular.

El punto de paso debe permanecer fijo para transmitir movimiento a una relación constante de velocidad angular, es decir, todas las líneas de acción de cada punto instantáneo de contacto deben pasar por el mismo punto P . Gracias al perfil involuta, todos los puntos de contacto ocurren sobre la misma línea recta ab , todas las normales a los perfiles de dientes en el punto de contacto coinciden con la línea ab y dichos perfiles transmiten movimiento rotatorio uniforme [5].

El centro de curvatura de la involuta está en el punto de tangencia de la cuerda con el círculo base.

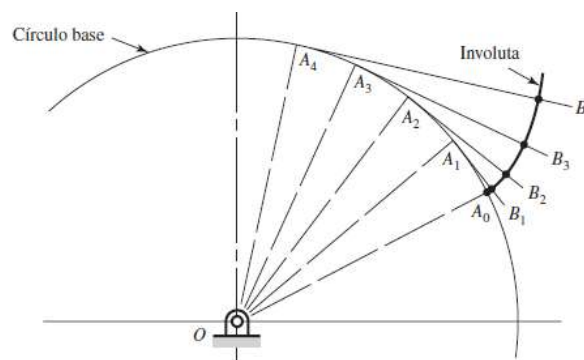


Figura 2.17. Curva involuta [5]

Una tangente a la involuta es normal a la cuerda, la longitud de la cual es el radio instantáneo de curvatura de la curva involuta. Una evolvente (del círculo) es la curva generada por cualquier punto de un hilo tenso conforme se desenrolla de un círculo, llamado círculo base.

La línea de presión corta a la línea de centros y es tangente a los círculos bases, como se aprecia en la siguiente figura [5], lo que satisface el requisito de movimiento uniforme.

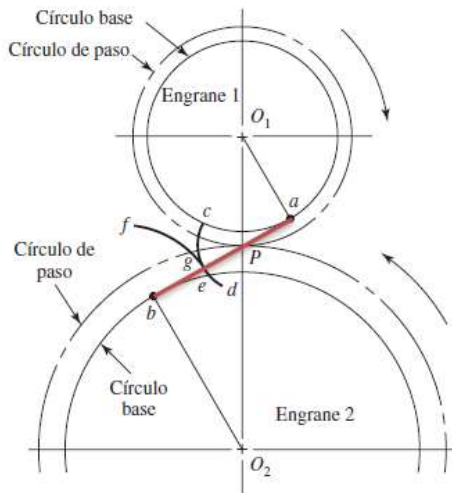


Figura 2.18. Línea de acción

La figura 2.19 refleja la zona de acción de dientes de engranajes acoplados. Cuando empiezan a engranar los dientes de dos engranajes, el punto inicial de contacto ocurre cuando el flanco del diente del engranaje motriz hace contacto con la cabeza del engranaje impulsado (a). El contacto termina cuando la parte superior del diente motriz hace contacto con el flanco del diente impulsado (b).

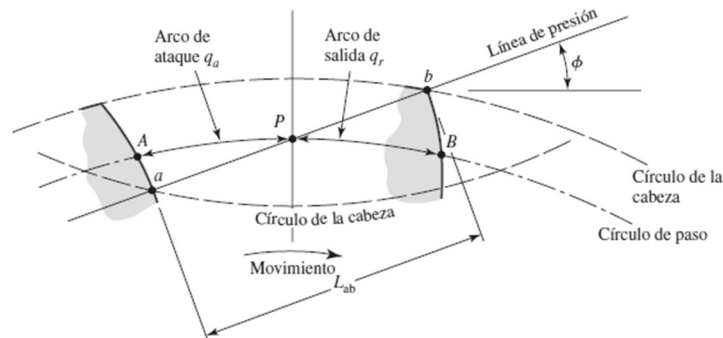


Figura 2.19. Longitud de contacto [5]

Cuando dos engranajes están engranados, es deseable que al menos haya siempre un par de dientes de contacto. El método generalmente empleado para indicar cuántos dientes están en contacto es la relación de contacto. Se define la relación de contacto como la longitud de contacto dividida por el paso base, donde el paso base está definido como la distancia medida sobre el círculo de base entre puntos correspondientes de dientes adyacentes.

Debido a que la parte del diente que está por debajo del círculo de base está cortada como una línea radial y no como una curva involuta, si el contacto entre dientes ocurriera debajo del círculo de base daría como resultado acción no conjugada y no se cumpliría la ley fundamental del engrane de dientes [5].

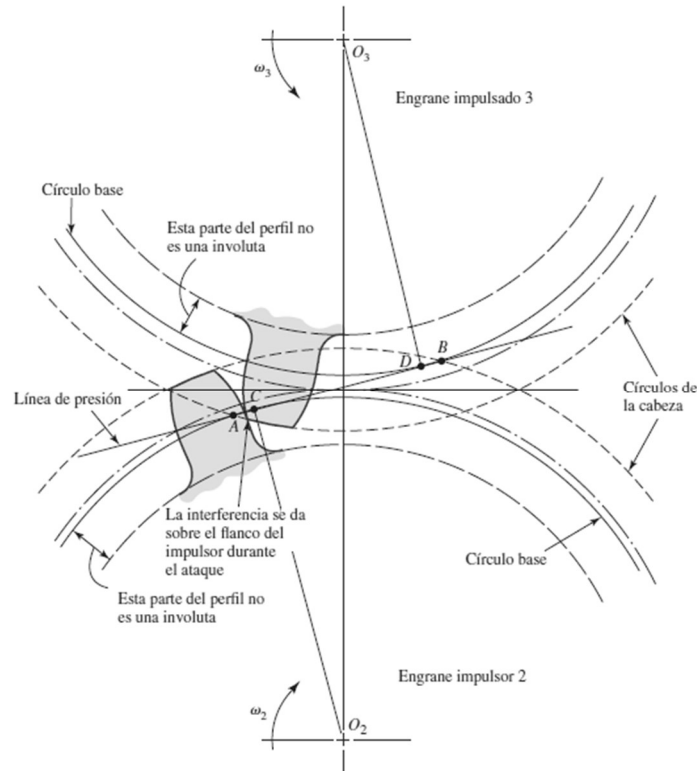


Figura 2.20. Interferencia en la acción entre dientes

El contacto de partes de los perfiles de dientes no conjugados se llama interferencia. De acuerdo con la figura 2.20 [5], los puntos C y D son los puntos de tangencia de la línea de presión con los círculos base y se conocen como los puntos de interferencia. Si el círculo de cabeza intersecta a la línea de acción fuera de dichos puntos, el contacto ocurre hacia afuera de estos y se tendrá interferencia, como es el caso que representa dicha figura. Los puntos A y B son los puntos de contacto inicial y final que se ubican en la línea de presión, pero por fuera de los puntos de tangencia C y D, por tanto, existe interferencia.

El menor número de dientes en un piñón de dientes rectos que puede existir sin interferencia es N_p . Este número de dientes de engranajes rectos está dado por:

$$N_p = \frac{2k}{(1 + 2m)\sin^2\varphi} (m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m)\sin^2\varphi}) \quad (2-5)$$

donde $k = 1$ en el caso de dientes de profundidad completa y 0,8 en el de dientes cortos y $\varphi =$ ángulo de presión.

El mayor número de dientes de un engranaje con un piñón especificado que está libre de interferencia es:

$$N_G = \frac{N_p^2 \sin^2\varphi - 4k^2}{4k - 2N_p \sin^2\varphi} \quad (2-6)$$

Algunos métodos para evitar o eliminar la interferencia son:

- El rebaje es un procedimiento en el cual la parte del diente debajo del círculo de base, que es lo que causa la interferencia, es cortado o rebajado. El inconveniente es que el diente rebajado se debilita considerablemente, se reduce la relación de contacto y se obtiene un engranaje ruidoso. Además, se reduce el módulo de la sección en la base del diente y se incrementan las tensiones.
- La reducción del perfil del diente en su parte superior. Sin embargo, se reduce la relación de contacto y se obtiene un engranaje ruidoso.
- El aumento del ángulo de presión, lo que conlleva disminuir el círculo de paso y el incremento de la porción de involuta del perfil del diente y se elimina la interferencia. Pero se incrementa la componente

radial de la fuerza de acción.

- Los dientes pueden cortarse con cabeza corta o larga. Por ejemplo, el engranaje motriz puede fabricarse aumentando la cabeza, mientras que al engranaje impulsado se le disminuye. El problema que supone es que no son estándar, ni intercambiables y son más caros.

2.3.1.2. Número de dientes de cada engranaje

El diseño completo de un sistema de transmisión por engranajes es un problema complejo que tiene varias partes. La primera parte que se debe estudiar son los engranajes, concretamente el número de dientes que deben tener las ruedas que formen el sistema de transmisión para conseguir una determinada relación de transmisión. Antes de obtener el número de dientes, es necesario conocer el número de pares de ruedas que forman dicho sistema de engranajes.

Para diseñar un sistema de transmisión por engranajes con una relación de transmisión total k y admitiendo relaciones de transmisión máximas k_{max} , el número de pares de ruedas necesario es:

$$pares \geq \left\lceil \frac{\log k}{\log k_{max}} \right\rceil \quad (2-7)$$

Las relaciones de transmisión parciales no deben sobrepasar los valores de 5, 7 ó 10, según la aplicación porque disminuiría el rendimiento y se incrementaría el desgaste y el ruido [6].

La implementación del número mínimo de pares de engranajes en la herramienta desarrollada en Matlab ha sido sencilla, puesto que el valor de la relación de transmisión total k es un valor que se puede obtener directamente de los datos introducidos por el usuario y la relación de transmisión máxima es un valor predefinido que se establece en 5. Las líneas de código donde se realiza dicho cálculo son las siguientes.

```
%Número mínimo de pares de ruedas
k_max=5;
pares=ceil(abs(log10(k)/log10(k_max)));
```

Figura 2.21. Número de pares de engranajes

Dicho número de pares de ruedas se redondea al entero más cercano mayor o igual con la función *ceil*.

Una vez se calcula el número mínimo de pares de engranajes que se necesitan para conseguir la relación de transmisión total deseada, se procede a la obtención del número de dientes de cada uno de los engranajes que formarán el sistema de transmisión. Para ello se han utilizado dos métodos diferentes, en función del número de pares anterior, tal como se muestra en el flujograma de la figura 2.22. Un método corresponde a un número de par de engranajes igual a uno, es decir, una transmisión simple, y el otro método abarca los sistemas con un número mínimo de pares superior a uno, o lo que se denomina tren de engranajes.

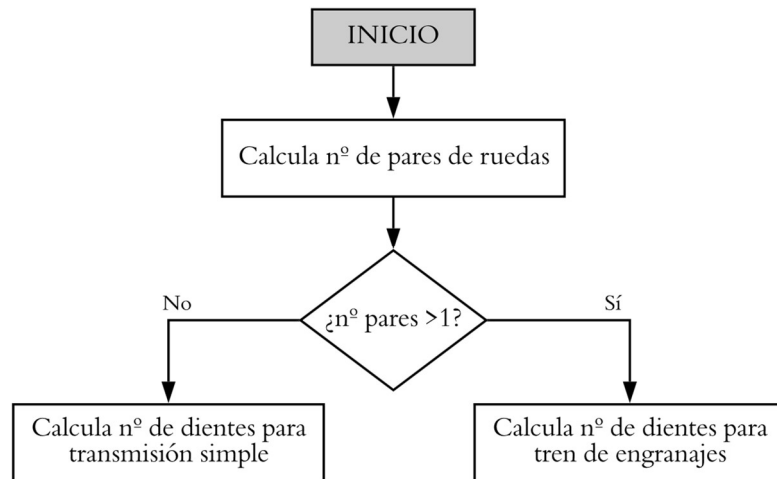


Figura 2.22. Flujograma cálculo pares de ruedas

Antes de explicar ambos métodos, cabe mencionar ciertas consideraciones a tener en cuenta en el diseño de los engranajes:

- Se deben utilizar engranajes con un número de dientes igual o superior a un cierto mínimo que viene dado por la condición de que no haya interferencia.
- Es conveniente que las relaciones de transmisión parciales de los diferentes pares de engranajes sean lo más parecidas posibles.
- En la medida de lo posible, conviene que la mayor cantidad de engranajes posea el mismo número de dientes.
- Cuando no sea posible conseguir la relación de transmisión exacta, se utilizará una relación de transmisión aproximada, asociada a un error admisible máximo.

Si el número de pares de ruedas es mayor que la unidad, se procede con los siguientes pasos:

- I. Descomposición en factores primos de los términos que dan la relación de transmisión.
- II. Si no se pueden conseguir n factores mayores que el número mínimo de dientes, es necesario aumentar numerador y denominador en la misma proporción y volver a realizar la descomposición.
- III. Elegir el número de dientes de los engranajes conductores y conducidos de forma que sean lo más parecidos entre sí.
- IV. Decidir si los engranajes serán exteriores o interiores incluyendo el signo en la relación de transmisión.

Este procedimiento resulta algo más complejo a la hora de programar los cálculos anteriores en el entorno de Matlab. En el flujograma de la figura 2.23 se representa el procedimiento que realiza la herramienta de cálculo desarrollada.

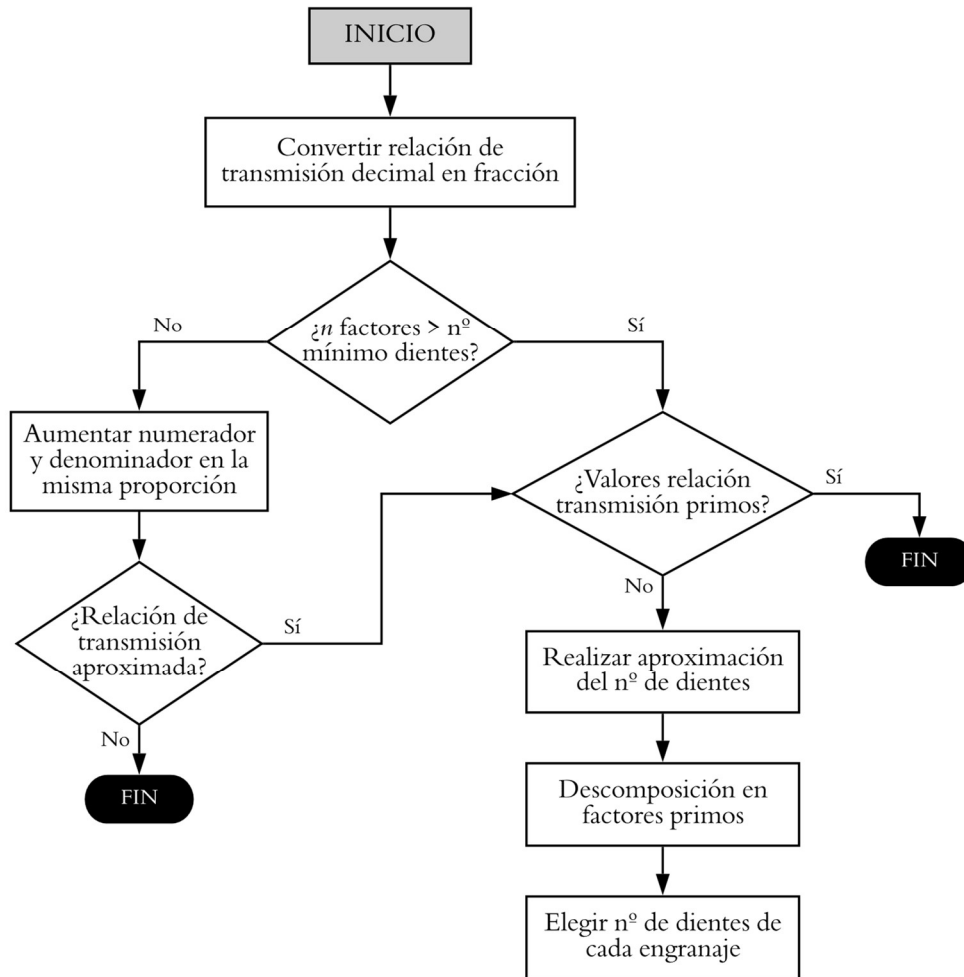


Figura 2.23. Flujograma cálculo nº de dientes para un tren de engranajes

El primer paso es convertir la relación de transmisión que se tiene de forma decimal en una fracción haciendo uso de la función *rat*, que devuelve la aproximación de la fracción racional.

```

if pares>1
    %Convertir la relación de transmisión decimal en una fracción
    [Num, Den]=rat(k);
  
```

Figura 2.24. Relación de transmisión en fracción

Seguidamente, si no se pueden conseguir n factores mayores que el número mínimo de dientes, es necesario aumentar numerador y denominador en la misma proporción. Tras consultar diferentes catálogos y libros sobre el diseño mecánico de engranajes, se decide establecer un número mínimo de 14 dientes y, en caso de interferencia en alguno de los pares de engranajes, se aumentará el ángulo de presión tal como se detalla en apartados posteriores [6].

La comprobación de los n factores con valor mínimo de 14 se realiza en las siguientes líneas de código, donde se aumentan numerador y denominador en la misma proporción y se comprueba que la nueva relación de transmisión es aproximada si no se cumple con dicho mínimo. Esta nueva relación de transmisión está asociada a un error admisible máximo t . En caso de que la relación de transmisión no se pueda mantener de forma aproximada, emerge un mensaje de error y el programa interrumpe su ejecución.

```

%Si no se pueden conseguir n factores mayores de 14 (n° mínimo de dientes),
%es necesario aumentar numerador y denominador en la misma proporción
t=0.01;
if (Num<(14^pares) | Den<(14^pares))
    if Num<(14^pares)
        proporcion=ceil((14^pares)/Num);
        Num_nuevo=14^pares;
        Den_nuevo=Den*proporcion;
        k_nuevo=Num_nuevo/Den_nuevo;
        if k_nuevo>=(k-t) & k_nuevo<=(k+t)
            Num=Num_nuevo;
            Den=Den_nuevo;
            k=k_nuevo;
        else
            message0=sprintf('Al aumentar proporcionalmente las velocidades
de entrada y salida para conseguir %d factores mayores de 14 (n° mínimo de dientes),
no se puede mantener aprox. la relación de transmisión establecida.',pares);
            f27=msgbox(message0,'Error','error');
            break;
        end
    elseif Den<(14^pares)
        proporcion=ceil((14^pares)/Den);
        Den_nuevo=14^pares;
        Num_nuevo=Num*proporcion;
        k_nuevo=Num_nuevo/Den_nuevo;
        if k_nuevo>=(k-t) & k_nuevo<=(k+t)
            Num=Num_nuevo;
            Den=Den_nuevo;
            k=k_nuevo;
        else
            message0=sprintf('Al aumentar proporcionalmente las velocidades
de entrada y salida para conseguir %d factores mayores de 14 (n° mínimo de dientes),
no se puede mantener aprox. la relación de transmisión establecida.',pares);
            f28=msgbox(message0,'Error','error');
            break;
        end
    end
end
end

```

Figura 2.25. Conseguir n factores mayores que el número mínimo de dientes

El siguiente paso es comprobar que los valores obtenidos para numerador y denominador correspondientes a la relación de transmisión no son números primos. Ya que, en caso contrario, no sería posible factorizar y se debe mostrar un mensaje de error para que el usuario modifique el dato que corresponda.

Dicha comprobación se realiza utilizando la función *isprime*, que determina si el valor contenido en la variable a analizar es primo y devuelve un array del mismo tamaño que la variable con verdadero lógico (1) para los elementos que son primos, y falso lógico (0) en caso contrario.

```

%Comprobar que el valor del numerador y denominador no son números
%primos, en caso contrario mostrar mensaje de error
if isprime(Num)==1
    f29=msgbox('El valor introducido para la velocidad de salida es un
número primo. Al tratarse de un tren de engranajes, no es posible obtener el n° de
dientes para cada engranaje. Modifique el valor de dicha
velocidad.','Error','error');
    break;
elseif isprime(Den)==1
    f30=msgbox('El valor introducido para la velocidad de entrada es un
número primo. Al tratarse de un tren de engranajes, no es posible obtener el n° de
dientes para cada engranaje. Modifique el valor de dicha
velocidad.','Error','error');
    break;
end
end

```

Figura 2.26. Comprobar si los valores del numerador y denominador son primos

A continuación, para elegir el número de dientes de los engranajes conductores y conducidos de forma que sean lo más parecidos entre sí, se hace una aproximación del número de dientes promedio que deben tener. Esto se consigue obteniendo la raíz en función del número de pares de ruedas, con la función *nthroot* que devuelve la raíz real de los elementos.

```
%Aproximación del número de dientes de ruedas conductoras y conducidas
Z_conductoras=round(nthroot(Num,pares));
Z_conducidas=round(nthroot(Den,pares));
```

Figura 2.27. Aproximación del número de dientes

Esta aproximación del número de dientes se redondea al decimal o entero más cercano con la función *round*.

Obtenida la relación de transmisión final, se procede a la descomposición en factores primos de los términos que dan esta relación de transmisión con la función *factor*, que devuelve en un vector todos los factores irreducibles del numerador y denominador de la relación de transmisión.

```
%Descomposición en factores primos
N=factor(Num);
D=factor(Den);
```

Figura 2.28. Descomposición en factores primos

Los siguientes pasos se realizan tanto para el numerador como para el denominador de la relación de transmisión. Primero se calcula el número de componentes del vector anterior a combinar según el número de pares. Para ello se utiliza la función *combinator* que devuelve todas las posibles combinaciones con repetición según la longitud del vector *N* (factorización del numerador) o *D* (factorización del denominador), obtenida con la función *length* y el número de pares. Luego se emplea la función *sum* en esta matriz de combinaciones para obtener un vector columna que contiene la suma de cada fila y se busca, mediante la función *find*, aquellas componentes del nuevo vector cuyo valor coincide con la longitud del vector *N* o *D*, ya que son las que combinan todas las componentes del mismo, y se guardan las combinaciones válidas en otro vector.

```
%Longitud de los vectores
size_N=length(N);
size_D=length(D);
%Número de componentes del vector a combinar según número de pares:
%Para el numerador
comb_N=combinator(size_N-1,pares,'c','r');
suma_N=sum(comb_N,2);
busca_N=find(suma_N==size_N);
comb_final_N=comb_N(busca_N,:);
[fila_comb_N,colum_comb_N]=size(comb_final_N);
```

Figura 2.29. Combinaciones posibles de la factorización

Para aclarar estas líneas de código se realiza el siguiente ejemplo. Para un valor del numerador $Num = 50$ y dos pares de ruedas:

$$pares = 2 \quad (2-8)$$

$$Z_{conductoras} = \sqrt[2]{50} \approx 7 \quad (2-9)$$

$$N = [2 \ 5 \ 5] \quad (2-10)$$

$$size_N = 3 \quad (2-11)$$

$$comb_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

$$suma_N = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

$$busca_N = 2 \quad (2-14)$$

$$comb_final_N = [1 \quad 2] \quad (2-15)$$

Lo que significa que, para obtener el número de dientes de los dos engranajes conductores se utiliza una componente del vector N para uno y las otras dos componentes del mismo vector para el otro engranaje.

Además, para elegir los valores del vector N o D a combinar para obtener el número de dientes de los engranajes cuyo valor sea próximo al $Z_{conductoras}$ obtenido según la figura 2.27, se debe calcular:

- I. Las posibles combinaciones de n elementos, siendo n la longitud del vector N obtenido de la descomposición en factores primos (matriz de números binarios).
- II. Para cada fila de la matriz, contar los unos que existen y escoger las combinaciones que tengan tantos unos como números del vector a combinar según el array $comb_final$.
- III. De las combinaciones elegidas, obtener el valor que sale de multiplicar el vector de binarios de dichas combinaciones por el vector N o D de la descomposición en factores primos.
- IV. Obtener la diferencia de cada valor obtenido respecto del número óptimo de dientes (figura 2.27) y elegir el de menor diferencia.

Todo ello se refleja en las siguientes líneas de código que se acompañan de la resolución del ejemplo anterior.

```
%Para el numerador:
for m_comb_N=1:fila_comb_N
    for n_comb_N=1:colum_comb_N
        if n_comb_N==colum_comb_N
            Z_N(m_comb_N,n_comb_N)=Num;
        else
            N=factor(Num);
            size_N=length(N);
            %Posibles combinaciones de n elementos, siendo n la longitud del
            %vector N obtenido de la descomposición en factores primos
            %(matriz de números binarios)
            num_dec_max_N=(2^size_N)-1;
            mat_true_N=dec2bin(1:1:num_dec_max_N) - '0';
            %Para cada fila de la matriz, contar los unos que existen y
            %coger las combinaciones que tengan tantos unos como números del
            %vector a combinar según comb_final
            cont_N=0;
            vec_true_N=[];
            [fila_mat_N,colum_mat_N]=size(mat_true_N);
            fila_vec_N=1;
            for m_N=1:fila_mat_N
                for n_N=1:colum_mat_N
                    if mat_true_N(m_N,n_N)==1
                        cont_N=cont_N+1;
                    end
                end
                if cont_N==comb_final_N(m_comb_N,n_comb_N)
                    vec_true_N(fila_vec_N,:)=mat_true_N(m_N,:);
                    fila_vec_N=fila_vec_N+1;
                end
                cont_N=0;
            end
            %De las combinaciones elegidas, obtener el valor que sale de
```

```

%multiplicar el vector de binarios de dichas combinaciones por
%el vector N de la descomposición en factores primos
res_N=1;
fila_N=1;
res_vec_N=[];
[filas_vec_N,columns_vec_N]=size(vec_true_N);
for i_N=1:filas_vec_N
    for j_N=1:columns_vec_N
        if vec_true_N(i_N,j_N)==1
            res_N=res_N*N(j_N);
        end
    end
    res_vec_N(fila_N,:)=res_N;
    fila_N=fila_N+1;
    res_N=1;
end
%Obtener la diferencia de cada valor obtenido respecto del
%número óptimo de dientes según Z_conductoras y elegir el de
%menor diferencia
dif_vec_N=abs(Z_conductoras-res_vec_N);
minimo_N=min(dif_vec_N);
busca_minimo_N=find(dif_vec_N==minimo_N);
busca_minimo_N=busca_minimo_N(1);
Z_N(m_comb_N,n_comb_N)=res_vec_N(busca_minimo_N,:);
Num=Num/Z_N(m_comb_N,n_comb_N);
end
end
end

```

Figura 2.30. Combinaciones posibles de números de dientes

Si se continua con el ejemplo anterior, los resultados obtenidos para el primer engranaje (con una componente del vector N) del proceso de cálculo mencionado son:

$$num_dec_max_N = 7 \quad (2-16)$$

$$mat_true_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

$$vec_true_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

$$res_vec_N = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

$$dif_vec_N = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

$$minimo_N = 2 \quad (2-21)$$

$$busca_minimo_N = 1 \quad (2-22)$$

$$Z_N = 5 \quad (2-23)$$

Por tanto, el valor de Z_N para el otro engranaje será la multiplicación de las otras dos componentes del vector N . Finalmente, se elige el número de dientes tanto de las ruedas conductoras como de las ruedas conducidas ejecutando las líneas de código que se muestran a continuación:

```
%Elegir el número de dientes de las ruedas conductoras
dif_Z_N=abs(Z_conductoras-Z_N);
suma_Z_N=sum(dif_Z_N,2);
minimo_Z_N=min(suma_Z_N);
busca_minimo_Z_N=find(suma_Z_N==minimo_Z_N);
Conductoras=Z_N(busca_minimo_Z_N,:);
%Elegir el número de dientes de las ruedas conducidas
dif_Z_D=abs(Z_conducidas-Z_D);
suma_Z_D=sum(dif_Z_D,2);
minimo_Z_D=min(suma_Z_D);
busca_minimo_Z_D=find(suma_Z_D==minimo_Z_D);
Conducidas=Z_D(busca_minimo_Z_D,:);
```

Figura 2.31. Elegir el número de dientes de un tren de engranajes

El número de dientes de los engranajes conductores del ejemplo elegido para explicar el proceso de cálculo de este apartado es:

$$dif_{Z_N} = [2 \quad 3] \quad (2-24)$$

$$suma_{Z_N} = 5 \quad (2-25)$$

$$minimo_{Z_N} = 5 \quad (2-26)$$

$$busca_minimo_{Z_N} = 1 \quad (2-27)$$

$$Conductoras = [5 \quad 10] \quad (2-28)$$

Por otro lado, el segundo método resuelve el número de dientes de cada engranaje para un sistema de transmisión simple formado por un único par de engranajes. Los pasos seguidos por la herramienta desarrollada se reflejan en el siguiente flujograma.

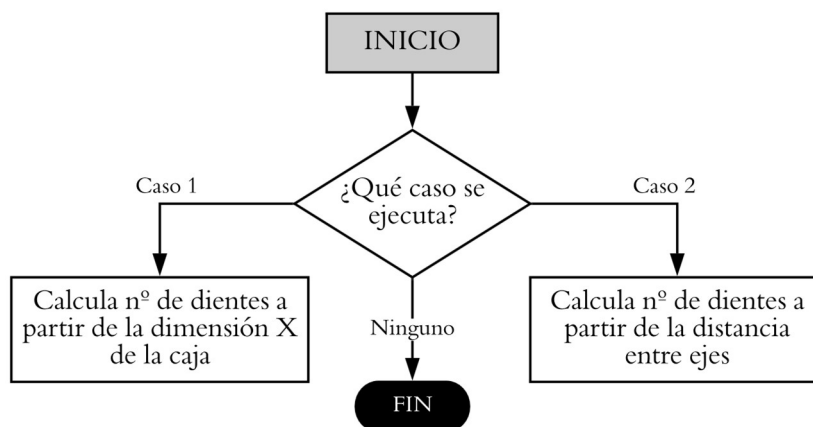


Figura 2.32. Flujograma cálculo nº de dientes para una transmisión simple

Obtenido un número de pares de ruedas igual a la unidad, se procede con los siguientes cálculos:

- I. Elegir el caso a ejecutar según las especificaciones introducidas por el usuario.
- II. Obtener el número de dientes de la pareja de engranajes mediante relaciones geométricas.

La siguiente parte del programa desarrollado refleja los dos casos posibles que se puede encontrar, en función de los datos introducidos por el usuario. El proceso de cálculo se explica a continuación.

```
%Módulo
m(1:pares)=2;

condicion_1=false;
condicion_2=false;
while condicion_1==false
    if pares==1
        %Caso a ejecutar según especificaciones introducidas
        if H & k & w_e & w_s & X
            caso='C1';
        elseif H & k & w_e & w_s & DC
            caso='C2';
        else
            caso=0;
        end
        %Número de dientes de la pareja de ruedas
        switch (caso)
            case 'C1'
                x=((2/3)*X)/25.4;
                d2=(x/(k+1));
                dp2=d2*25.4;
                d1=d2*k;
                dp1=d1*25.4;
                if X>(dp1+dp2)
                    Conductoras=dp1/m;
                    Conducidas=dp2/m;
                end
            case 'C2'
                dc=DC/25.4;
                d2=((dc*2)/(k+1));
                dp2=d2*25.4;
                d1=d2*k;
                dp1=d1*25.4;
                if (DC*(1-t))<((dp1+dp2)/2)<(DC*(1+t))
                    Conductoras=dp1/m;
                    Conducidas=dp2/m;
                end
            otherwise
                f35=msgbox('No se aportan datos suficientes para el diseño y
cálculo de los elementos del sistema.','Error','error');
                condicion_2=true;
                break;
            end
        end
    end
end
```

Figura 2.33. Número de dientes de una pareja de engranajes

Según las especificaciones técnicas de diseño que demanda el programa y que el usuario decida introducir para su sistema de transmisión, se pueden distinguir dos posibles casos para el diseño de un sistema formado por dos engranajes. La elección de un caso u otro se realiza mediante la función *switch, case, otherwise* que evalúa una expresión y elige ejecutar uno de varios grupos de instrucciones. Ambos casos difieren en un único parámetro que está relacionado con la geometría o limitación de espacio.

Como datos mínimos de diseño, el usuario debe introducir bien la dimensión de la caja (X) perpendicular a los ejes o la distancia entre ejes (DC). Si decide introducir la dimensión X , el programa obtiene los diámetros de paso y, por ende, el número de dientes de los dos engranajes a partir de un porcentaje del valor de X porque hay que establecer ciertas holguras con la envolvente y tener en cuenta el espesor de la misma. Sin embargo, si decide utilizar la distancia entre ejes, el valor de dicho parámetro se emplea directamente para calcular los diámetros de paso y número de dientes de los engranajes mediante las siguientes expresiones.

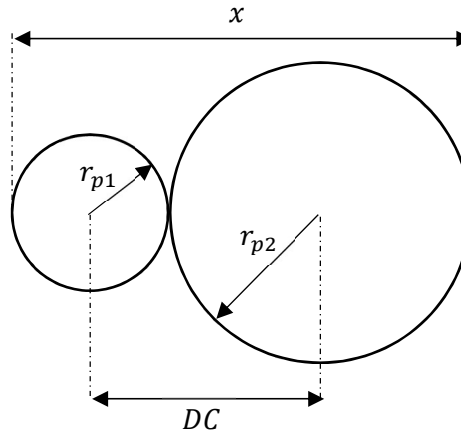


Figura 2.34. Relaciones geométricas

La relación de transmisión es el cociente entre las velocidades angulares de salida y entrada del sistema de engranajes y, a su vez, la relación entre radios de paso y velocidades angulares es:

$$k = \frac{w_s}{w_e} = \frac{r_{p1}}{r_{p2}} \quad (2-29)$$

Por tanto, los diámetros de paso tendrán la misma relación y, de acuerdo con la figura 2.34, la distancia entre centros viene definida por:

$$DC = \frac{d_{p1} + d_{p2}}{2} \quad (2-30)$$

Despejando uno de los dos diámetros de paso de la ecuación 2-29 y sustituyéndolo en la siguiente ecuación, se obtiene el valor de ambos diámetros. Conociendo el valor del módulo m , que ha sido definido previamente, y mediante la ecuación 2-2 del apartado anterior, se despeja el número de dientes para la rueda conductora y conducida. El número de dientes de las ruedas conductora y conducida respectivamente, se han denominado en las líneas de código de la figura 2.33 como *Conductoras* y *Conducidas*.

Por último, si el número de pares de ruedas es mayor que la unidad, se debe decidir si los engranes serán exteriores o interiores incluyendo el signo en la relación de transmisión. Para ello, debe el usuario conocer el sentido de giro de los ejes de entrada y salida de su sistema o suponerlo según le convenga un tipo de engrane u otro. La elección del tipo de engrane según la herramienta desarrollada se muestra en el flujograma de la figura 2.35.

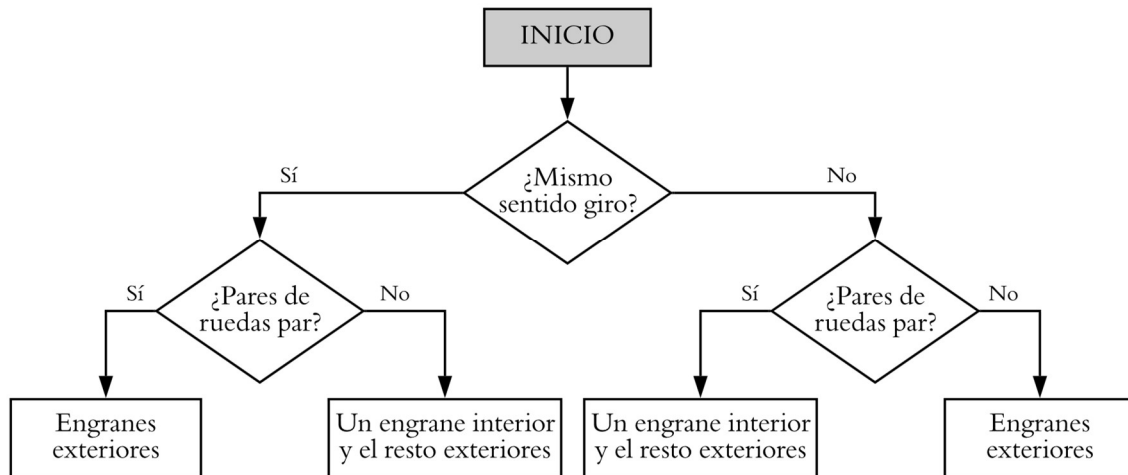


Figura 2.35. Flujograma elección tipo de engrane

De modo que, si ambos ejes deben girar en el mismo sentido ($giro = 0$) y el número de pares de ruedas es par, todos los engranes serán exteriores, pero si el número de pares de ruedas es impar, habrá un engrane interior y el resto serán exteriores. A la inversa ocurre cuando el sentido de giro de ambos ejes debe ser el contrario. En este caso, cuando el número de pares de ruedas es impar, todos los engranes serán exteriores. Sin embargo, si el número de pares de ruedas es par, se dispondrá un engrane interior y el resto exteriores. Cabe mencionar que, para un sistema de transmisión simple con dos engranajes, el sentido de giro del sistema debe ser contrario para poder realizar el diseño y cálculo de engranajes con las expresiones establecidas anteriormente.

La siguiente figura refleja los pasos seguidos para obtener si los engranes del sistema de transmisión son interiores o exteriores según el sentido de giro requerido. Para ello, se utiliza la función *mod* de Matlab. Esta función devuelve el resto que resulta de dividir los pares de engranajes entre dos. De forma que, dependiendo del sentido de giro deseado, se establece si los engranes son todos exteriores o debe haber alguno interior.

```

%Decidir si los engranes serán exteriores o interiores, incluyendo el
%signo en la relación de transmisión
if giro==0
    if (mod(pares,2))==0
        pares_EXT=pares;
        pares_INT=0;
        message1=sprintf('Se debe disponer de %d engrane/s exterior/es debido al
sentido de giro introducido.',pares_EXT);
        f31=msgbox(message1,'Engranajes','warn');
    elseif (mod(pares,2)~=0 & pares>1
        pares_EXT=pares-1;
        pares_INT=1;
        message2=sprintf('Se debe disponer de %d engrane/s exterior/es y %d
interior/es debido al sentido de giro introducido.',pares_EXT,pares_INT);
        f32=msgbox(message2,'Engranajes','warn');
    end
elseif giro==1
    if (mod(pares,2)~=0
        pares_EXT=pares;
        pares_INT=0;
        message3=sprintf('Se debe disponer de %d engrane/s exterior/es debido al
sentido de giro introducido.',pares_EXT);
        f33=msgbox(message3,'Engranajes','warn');
    elseif (mod(pares,2))==0
        pares_EXT=pares-1;
        pares_INT=1;
        message4=sprintf('Se debe disponer de %d engrane/s exterior/es y %d
interior/es debido al sentido de giro introducido.',pares_EXT,pares_INT);
  
```

```

f34=msgbox(message4, 'Engranajes', 'warn');
end
end
if pares_EXT>0
    for i_pares=1:pares_EXT
        engrane_EXT(i_pares)=1;
    end
end
if pares_INT>0
    for i_pares=pares_EXT+1:pares_EXT+pares_INT
        engrane_EXT(i_pares)=0;
    end
end
end

```

Figura 2.36. Tipo de engrane exterior o interior

2.3.1.3. Análisis de fuerzas

Obtenido el número de dientes de los engranajes que forman el sistema de transmisión, es necesario realizar un análisis de las fuerzas que intervienen en el contacto de los diferentes engranajes entre sí.

El análisis de la fuerza ejercida por un engranaje sobre el otro se explica tomando como base la figura 2.37 [5] que se adjunta a continuación.

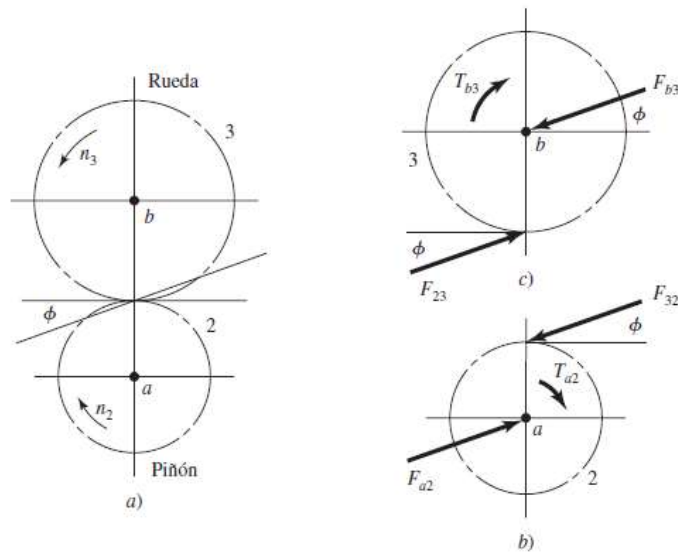


Figura 2.37. Diagramas de sólido libre

Se analiza la fuerza ejercida por el engranaje 2 sobre el engranaje 3, denominada F_{23} . Como se observa en la figura 2.37 a), el engranaje 2 es un piñón que ejerce de engranaje conductor y está montado en un eje a que gira en el sentido de las agujas del reloj a una velocidad n_2 rpm. Este engranaje impulsa a otro que está montado sobre el eje b que gira a n_3 rpm y en sentido contrario. En la figura 2.37 b) aparece el diagrama de sólido libre de las fuerzas sobre el piñón. Por un lado, queda reflejada la fuerza y el par de torsión que ejerce el eje a sobre el piñón 2, F_{a2} y T_{a2} , además de la fuerza que ejerce el engranaje 3 sobre el piñón, F_{32} . El diagrama de sólido libre del engranaje 3 se obtiene de forma similar y aparecen reflejadas las fuerzas en la figura 2.37 c) [5].

Pero es necesario descomponer las fuerzas que actúan en los engranajes en componentes radial y tangencial para resolver este análisis, tal como se muestra.

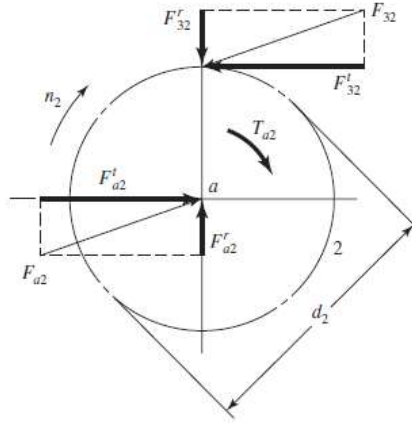


Figura 2.38. Descomposición de fuerzas

Se define la carga transmitida como la carga tangencial, puesto que la componente radial no transmite potencia.

$$W_t = F_{32}^t \quad (2-31)$$

El par de torsión y la carga que se transmite se relacionan mediante la siguiente ecuación:

$$T = \frac{d}{2} W_t \quad (2-32)$$

Por tanto, la potencia transmitida H se puede obtener como la relación del producto del par de torsión y la velocidad angular ω .

$$H = T \cdot \omega \quad (2-33)$$

Generalmente, se trata a la potencia como una constante a través del acoplamiento, debido a que los engranajes acoplados son eficaces, con pérdidas menores al 2%. Por ello, la ecuación anterior proporcionará la misma potencia para un par de engranajes acoplados, sin tener en cuenta a qué engranaje pertenecen los valores empleados.

Si expresamos la ecuación anterior para obtener el par de torsión en Newton por metro, queda la siguiente expresión:

$$T = \frac{30 \cdot H}{\pi \cdot \omega} \quad (2-34)$$

donde T = par de torsión (Nm, Newton por metro)

H = potencia a transmitir (W, vatios)

ω = velocidad angular (rpm)

Para comenzar con el análisis de estas fuerzas e implementarlo en la herramienta que se desarrolla, son necesarios ciertos parámetros previos como son las velocidades angulares de cada uno de los engranajes, las relaciones de transmisión parciales y el ángulo de presión de cada par de engranajes.

Conocidas las velocidades de entrada y salida del sistema de transmisión en su conjunto, las velocidades angulares del resto de los engranajes que conforman dicho sistema se calculan como la velocidad del engranaje de entrada del par estudiado por el cociente del número de dientes de ambos engranajes:

$$\omega_{salida} = \omega_{entrada} \cdot \frac{\text{Conductora}}{\text{Conducida}} \quad (2-35)$$

Una vez obtenidas las velocidades angulares correspondientes, las relaciones parciales de cada par de engranajes se calculan como la relación entre las velocidades angulares del engranaje de salida y el de entrada de cada uno de ellos.

Por último, se define el ángulo de presión en 20° , un valor comúnmente aceptado. No obstante, dicho valor debe ser comprobado de tal manera que el ángulo elegido no sea tan pequeño como para producir interferencia, como quedó definido en la ecuación 2-3, y que el coeficiente de recubrimiento sea mayor que la unidad.

Estos parámetros quedan implementados en las líneas de código mostradas en la figura a continuación.

```
%Velocidades angulares (rpm)
ruedas=pares*2;
w(1)=w_e;
for i_w=2:2:ruedas
    w(i_w)=w(i_w-1)*(Conductoras(i_w/2)/Conducidas(i_w/2));
    if i_w~=ruedas
        w(i_w+1)=w(i_w);
    end
end
%Relaciones de transmisión parciales
i_w=2;
for i_k=1:pares
    k_parcial(i_k)=w(i_w)/w(i_w-1);
    i_w=i_w+2;
end
%Ángulo de presión
phi(1:pares)=20*pi/180;
%Comprobar que el ángulo no es tan pequeño como para producir
%interferencia
for i_inter=1:pares
    for i_inter=1:pares
        N_conducidas(i_inter)=((((Conductoras(i_inter))^2)*((sin(phi(i_inter)))^2)-4)/(4-
        2*(Conductoras(i_inter))*(sin(phi(i_inter)))^2));
        if Conducidas(i_inter)>N_conducidas(i_inter)
            phi(i_inter)=phi(i_inter)+(pi/180);
        end
    end
end
end
```

Figura 2.39. Velocidades angulares, relaciones de transmisión parciales y ángulo de presión

Para comprobar que el coeficiente de recubrimiento es mayor que la unidad se necesitan los radios de cada uno de los engranajes, los cuales se obtienen más adelante porque pueden variar si se modifica el módulo.

Ahora se puede obtener el valor de los pares de torsión de cada uno de los engranajes, así como sus correspondientes diámetros y radios precisos para comprobar que el coeficiente de recubrimiento es mayor que la unidad y calcular las fuerzas tangencial y radial.

```
%%Análisis de fuerzas
%Pares de torsión (Nm)
W=H*1000;
for i_T=1:ruedas
    T(i_T)=(30*W)/(w(i_T)*pi);
end
```

Figura 2.40. Pares de torsión

```
%Diámetros y radios
size_conductoras=length(Conductoras);
size_conducidas=length(Conducidas);
i_paso_conductoras=1;
for i_conductoras=1:size_conductoras
    dp(i_paso_conductoras)=Conductoras(i_conductoras)*m(i_conductoras);
```

```

        rp(i_paso_conductoras)=dp(i_paso_conductoras)/2;
        rb(i_paso_conductoras)=rp(i_paso_conductoras)*cos(phi(i_conductoras));
        rc(i_paso_conductoras)=m(i_conductoras)+rp(i_paso_conductoras);
        pb(i_paso_conductoras)=(2*pi*rb(i_paso_conductoras))/(Conductoras(i_conductoras));
        i_paso_conductoras=i_paso_conductoras+2;
    end
    i_paso_conducidas=2;
    for i_conducidas=1:size_conducidas
        dp(i_paso_conducidas)=Conducidas(i_conducidas)*m(i_conducidas);
        rp(i_paso_conducidas)=dp(i_paso_conducidas)/2;
        rb(i_paso_conducidas)=rp(i_paso_conducidas)*cos(phi(i_conducidas));
        rc(i_paso_conducidas)=m(i_conducidas)+rp(i_paso_conducidas);
        pb(i_paso_conducidas)=(2*pi*rb(i_paso_conducidas))/(Conducidas(i_conducidas));
        i_paso_conducidas=i_paso_conducidas+2;
    end
end

```

Figura 2.41. Diámetros y radios de los engranajes

El coeficiente de recubrimiento, ε , se define como el número medio de parejas de dientes que se encuentran en contacto durante el engrane. En todo instante debe haber al menos una pareja de dientes en contacto. En caso contrario, habría períodos de separación entre los engranajes y, como consecuencia, ocurriría un impacto al volver a entrar en contacto con consecuencias fatales para el funcionamiento de la máquina [6].

La comprobación de que el coeficiente de recubrimiento es mayor que la unidad se rige según la siguiente ecuación que relaciona el arco de conducción y el paso, ambos medidos en la circunferencia de base.

$$\varepsilon = \frac{C_B}{p_B} \quad (2-36)$$

Donde el paso quedó definido en la ecuación 2-3 y el arco de conducción se define mediante la siguiente expresión.

$$C_B = \sqrt{(R_{C2})^2 - (R_{B2})^2} - R_{B2} \cdot \tan \varphi + \sqrt{(R_{C3})^2 - (R_{B3})^2} - R_{B3} \cdot \tan \varphi \quad (2-37)$$

donde R_C = radio de cabeza (mm)

R_B = radio de base (mm)

Los subíndices 2 y 3 corresponden a las ruedas conductora y conducida, respectivamente.

En la figura 2.42 se implementan las ecuaciones anteriores con las que se puede comprobar si el coeficiente de recubrimiento es mayor o menor que la unidad. En caso de que dicho coeficiente sea menor que la unidad, se debe aumentar el ángulo de presión del par de engranajes analizado.

```

%Comprobar que el coeficiente de recubrimiento es mayor que la unidad
i_coef_cond=1;
for i_coef=1:pares
    for i_coef=1:pares
        arco_cond(i_coef)=sqrt(((rc(i_coef_cond))^2)-((rb(i_coef_cond))^2))-
        (rb(i_coef_cond)*tan(phi(i_coef)))+sqrt(((rc(i_coef_cond+1))^2)-
        ((rb(i_coef_cond+1))^2))-
        (rb(i_coef_cond+1)*tan(phi(i_coef))));
        recubrimiento(i_coef)=arco_cond(i_coef)/pb(i_coef_cond);
        if recubrimiento<1.1
            phi(i_coef)=phi(i_coef)+(pi/180);
        end
        if i_coef<pares
            i_coef_cond=i_coef_cond+2;
        end
    end
end
i_coef_cond=1;

```


end

Figura 2.42. Coeficientes de recubrimiento

Finalmente, las fuerzas tangencial y radial de cada par de engranajes se basan en las siguientes expresiones:

$$F_t = \frac{T}{r_p} \quad (2-38)$$

$$F_r = F_t \cdot \tan \varphi \quad (2-39)$$

Estas ecuaciones se implementan en las siguientes líneas de código de la herramienta desarrollada, en las que se obtienen las fuerzas tangencial y radial en Newton.

```
%Fuerzas tangenciales
i_Ft=1;
for i_T=2:2:ruedas
    Ft(i_Ft)=T(i_T)/(rp(i_T)/1000);
    i_Ft=i_Ft+1;
end
%Fuerzas radiales
size_Ft=length(Ft);
for i_Fr=1:size_Ft
    Fr(i_Fr)=Ft(i_Fr)*tan(phi(i_Fr));
end
```

Figura 2.43. Fuerzas tangencial y radial

2.3.1.4. Análisis de tensiones

En este apartado se detalla el análisis y diseño de los engranajes cilíndricos de dientes rectos para resistir la falla por flexión de los dientes, así como la falla por picadura de las superficies de los mismos. Cuando el esfuerzo del diente es igual o excede la resistencia a la fluencia o el límite de resistencia a la fatiga por flexión se produce la falla por flexión. Por otro lado, cuando el esfuerzo de contacto es igual o superior al límite de resistencia a la fatiga de la superficie ocurre una falla superficial.

Para cada uno de estos análisis existen diversos métodos que se pueden aplicar. En cuanto al análisis de fractura del diente (falla por flexión) se distinguen los dos métodos siguientes:

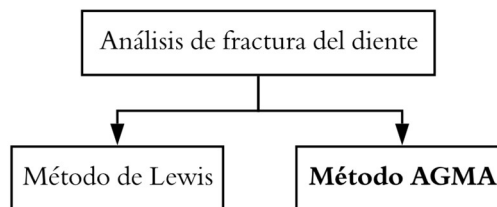


Figura 2.44. Métodos de análisis de fractura del diente

2.3.1.4.1. Método de Lewis [5]

Este método se basa en las siguientes hipótesis:

- La carga plena se aplica en la punta de un solo diente.

Se trata de una condición severa, puesto que para engranajes de alta precisión la relación de contacto es

mayor que la unidad. Cuando un nuevo par de dientes entra en contacto, el par precedente está todavía acoplado.

Después de que el punto de contacto se mueve hacia abajo cierta distancia desde la punta, el par anterior sale del engrane y el nuevo par de dientes soporta la carga plena.

- La componente radial de la fuerza es despreciada.

En este caso, se trata de una suposición prudente. La componente radial es pequeña y produce compresión que se resta a la tracción producida por la flexión. Muchos materiales usados en engranajes son más resistentes a compresión que a tracción. Sin embargo, las fallas por fatiga siempre se inician en la zona de tracción.

- La carga se distribuye uniformemente en el ancho completo de la cara del diente.

Por el contrario, esta suposición no es prudente. Puede ser relevante en los fallos de los engranajes con dientes anchos, árboles desalineados o con flexión, o en ambas condiciones. Para minimizar las dificultades de esta suposición, muchos diseñadores limitan la relación entre el ancho de cara del diente y el paso circular a un valor máximo de 3 a 5.

- La concentración de esfuerzo en el filete del diente es despreciable.

También es una suposición no prudente porque los factores de concentración de esfuerzo eran desconocidos en tiempos de Lewis, pero actualmente por todos es conocido que estos factores son importantes.

- Las fuerzas debidas a la fricción de los dientes de los engranajes son insignificantes.

En cuanto al modelo empleado por dicho método, se considera el diente como una viga empotrada en su base.

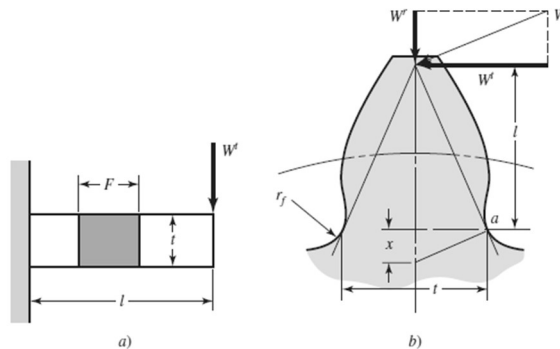


Figura 2.45. Modelo del método de Lewis [5]

Para deducir la ecuación de Lewis hay que fijarse en la figura 2.45 a), de la cual se puede obtener que el esfuerzo de flexión está dado por:

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{6W^t l}{F t^2} \quad (2-40)$$

Tal como se refleja en la figura 2.45 b), el esfuerzo máximo en un diente ocurre en el punto a. De manera que, mediante triángulos semejantes se puede suponer:

$$\frac{t/2}{x} = \frac{l}{t/2} \quad o \quad x = \frac{t^2}{4l} \quad (2-41)$$

Si se sustituye el valor de x en la ecuación 2-40 después de realizar varias reagrupaciones, y multiplicar tanto numerador como denominador por el paso circular p , se obtiene:

$$\sigma = \frac{W^t p}{F \left(\frac{2}{3} \right) x p} \quad (2-42)$$

Se define el factor de forma de Lewis $y = 2x/3p$ y se sustituye en la ecuación anterior.

$$\sigma = \frac{W^t}{F p y} \quad (2-43)$$

Todo ello completa el desarrollo de la ecuación original de Lewis. Sin embargo, al aplicar dicha ecuación se suele emplear el paso diametral para determinar los esfuerzos. Por tanto, sustituyendo tanto $p = \pi/P$ como $y = Y/\pi$ en la ecuación anterior:

$$\sigma = \frac{W^t P}{F Y} \quad (2-44)$$

donde los valores de Y se obtienen de la siguiente tabla [5].

Tabla 2.2. Valores del factor de forma de Lewis Y

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Cremallera	0.485

La ecuación 2-44 en unidades del sistema internacional quedaría como se muestra a continuación.

$$\sigma = \frac{W^t}{m b Y} \quad (2-45)$$

Cuando un par de engranajes se impulsa a velocidad moderada o alta, se presentan efectos dinámicos que deben ser considerados en esta última ecuación y que dependen de la velocidad de la línea de paso y de la precisión de la fabricación.

Por ello, en el siglo XIX Carl G. Barth definió un factor de velocidad K_v según las siguientes expresiones en unidades del SI.

$$K_v = \frac{3.05 + V}{3.05} \quad \text{Hierro fundido, perfil moldeado} \quad (2-46)$$

$$K_v = \frac{6.1 + V}{6.1} \quad \text{Perfil cepillado o esmerilado} \quad (2-47)$$

Y más tarde, la American Gear Manufacturers Association (AGMA) agregó estas otras.

$$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{V}}{3.56} \quad \text{Perfil generado con fresa madre o cepillado} \quad (2-48)$$

$$K_v = \sqrt{\frac{5.56 + \sqrt{V}}{5.56}} \quad \text{Perfil cepillado o esmerilado} \quad (2-49)$$

donde V es la velocidad en metros por segundo.

Finalmente, introduciendo el factor de velocidad en la ecuación 2-45 se obtiene:

$$\sigma = \frac{F_t K_v}{mbY} \quad (2-50)$$

Siendo esta ecuación el fundamento del método AGMA para el cálculo de la resistencia a flexión de dientes de engranajes.

2.3.1.4.2. Método AGMA

La ecuación utilizada en el método AGMA aplica factores correctores a la ecuación original de Lewis para compensar las suposiciones erróneas establecidas en la obtención de la misma. Por ello, se ha decidido implementar el método AGMA en la herramienta desarrollada en Matlab.

La ecuación fundamental del método para realizar el análisis de fractura del diente es:

$$\sigma = \frac{F_t K_o K_v K_s K_m K_I K_B}{mbJ} \quad (2-51)$$

donde σ = tensión en la raíz del diente (MPa)

F_t = fuerza tangencial (N)

K_o = factor de sobrecarga

K_v = factor dinámico

K_s = factor de corrección por tamaño

K_m = factor de corrección por distribución de la carga

K_I = factor de engranaje intermedio

K_B = factor de espesor de aro

m = módulo (mm)

b = ancho de cara del diente (mm)

J = factor geométrico de resistencia a la flexión

El procedimiento empleado para implementar este método de análisis de fractura del diente en la herramienta objeto del presente trabajo se representa en el flujograma de la figura 2.46 siguiente.

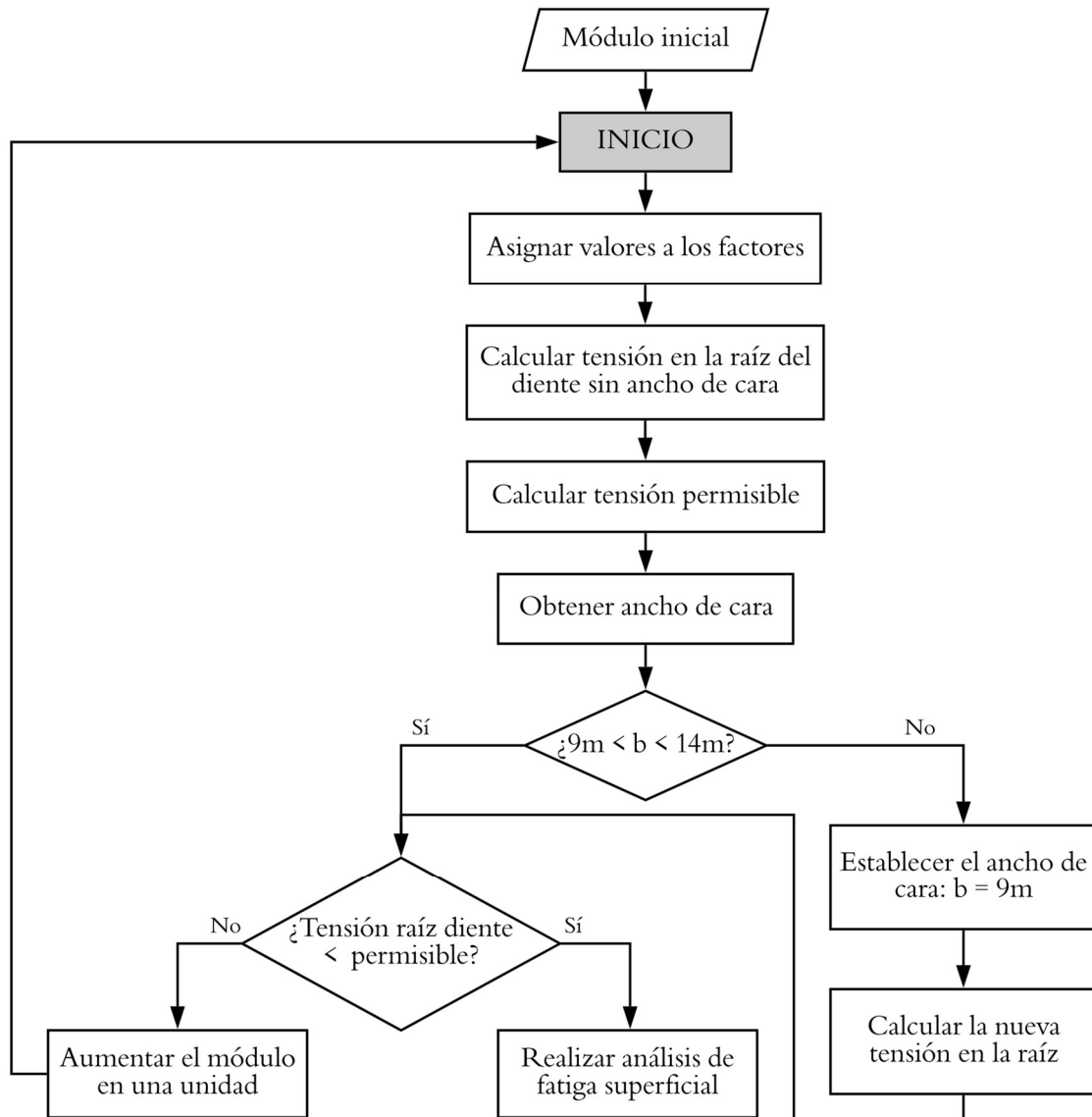


Figura 2.46. Flujograma análisis de fractura del diente

A continuación, se explica el significado de los términos de la ecuación 2-51 mostrando la forma en la que se ha implementado la asignación de un valor para cada uno de ellos.

El primer factor que se define es el factor dinámico o factor de velocidad K_v , estudiado en el apartado anterior. Se decide establecer la ecuación 2-48 como la ecuación por defecto para el cálculo de este factor, que corresponde con un perfil generado con fresa madre o cepillo.

Para la implementación de este factor solo es necesario un paso previo en el que se calcula la velocidad en metros por segundo de cada eje, valor que debe ser sustituido en la ecuación 2-48.

```

%Factor dinámico
i_Kv=1;
for i_v=1:2:ruedas-1
    v(i_v)=w(i_v)*((2*pi)/60)*(rp(i_v)/1000);
    Kv(i_Kv)=(3.56+sqrt(v(i_v)))/3.56;
    i_Kv=i_Kv+1;
end
  
```

Figura 2.47. Factor dinámico

El factor de sobrecarga K_o considera el hecho de que, mientras que la fuerza tangencial F_t es el valor promedio de la carga transmitida, la carga máxima real puede ser superior debido a choques originados por el sistema motriz o el impulsado. Las variaciones de este valor medio pueden ser debidas al encendido de los cilindros en un motor de combustión interna o a la reacción a las variaciones del par de torsión en una transmisión de bomba de émbolo. Las posibles combinaciones de máquina impulsora e impulsada se reflejan en la siguiente tabla [5], donde la máquina uniforme se corresponde con un motor eléctrico o una turbina, la máquina de impacto suave puede ser un motor de varios cilindros y la de impacto medio un motor de un solo cilindro.

Tabla 2.3. Factores de sobrecarga K_o

Fuente de potencia	Máquina impulsada		
	Uniforme	Impacto moderado	Impacto pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Impacto ligero	1.25	1.50	2.00
Impacto medio	1.50	1.75	2.25

Dicho valor del factor de sobrecarga se asigna en el programa desarrollado a través de los valores introducidos por el usuario para la fuente de potencia (FP) y la máquina impulsada (MI) en las especificaciones de los engranajes.

```
%Factor de sobrecarga
if FP==1 & MI==1
    Ko=1.00;
elseif FP==1 & MI==2
    Ko=1.25;
elseif FP==1 & MI==3
    Ko=1.75;
elseif FP==2 & MI==1
    Ko=1.25;
elseif FP==2 & MI==2
    Ko=1.50;
elseif FP==2 & MI==3
    Ko=2.00;
elseif FP==3 & MI==1
    Ko=1.50;
elseif FP==3 & MI==2
    Ko=1.75;
elseif FP==3 & MI==3
    Ko=2.25;
end
```

Figura 2.48. Factores de sobrecarga K_o

El factor de corrección por tamaño K_s refleja la falta de uniformidad de las propiedades del material, debida al tamaño. Este factor depende de:

- Tamaño del diente.
- Diámetro del engranaje.
- Relación del tamaño del diente al diámetro del engranaje.
- Ancho de cara.
- Área del patrón de esfuerzo.
- Relación de la profundidad de la superficie endurecida al tamaño del diente.
- Templabilidad y tratamiento térmico de los materiales.

La AGMA no ha establecido aún estándares para los factores del tamaño, pero recomienda establecer el valor de K_s en la unidad, a menos que el diseñador quiera elevar su valor para considerar situaciones específicas, como dientes muy largos, por ejemplo. En dichos casos, un valor conservador de K_s estaría entre 1,25 y 1,5.

Por tanto, se decide que el factor de corrección por tamaño tiene el valor unidad.

```
%Factor de corrección por tamaño
Ks=1.00;
```

Figura 2.49. Factor de corrección por tamaño igual a la unidad

El siguiente factor estudiado es K_m , el factor de corrección por distribución de la carga que depende de los factores combinados por desalineamiento de los árboles debido a errores de maquinado y a juego en los rodamientos y cojinetes, desviaciones de las cargas y deformación elástica de los árboles.

Para obtener un valor lo más fiable posible de este factor se deben establecer unos rangos de ancho de cara del diente en función de unas condiciones del soporte donde se realiza el montaje del sistema de transmisión. La relación de ambos queda definida por la siguiente tabla.

Tabla 2.4. Factores de corrección por distribución de carga K_m

Condiciones del soporte	Ancho de cara (mm)				
	0 a 50	50 a 200	200 a 350	350 a 500	>500
Montaje preciso, rodamientos con poco juego, mínima deformación, engranajes de precisión	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8
Montaje poco rígido, engranajes de poca precisión, contacto en toda la cara	1.6	1.7	1.8	2.0	2.2
Exactitud y montaje tal que el contacto existe en menos de la cara completa			2.2 o mayor		

Conocido el parámetro de las condiciones del soporte, que ha sido introducido por el usuario al comienzo del programa, y con un valor aproximado del ancho de cada del diente obtenido mediante $b = 9m$, se puede aproximar el factor K_m como se muestra en las líneas de código adjuntas a continuación.

```
%Factor de distribución de carga
for i_m=1:pares
    b(i_m)=9*m(i_m);
    if montaje==1 & (0<b(i_m)) & (b(i_m)<=50)
        Km(i_m)=1.3;
    elseif montaje==1 & (50<b(i_m)) & (b(i_m)<=200)
        Km(i_m)=1.4;
    elseif montaje==1 & (200<b(i_m)) & (b(i_m)<=350)
        Km(i_m)=1.5;
    elseif montaje==1 & (350<b(i_m)) & (b(i_m)<500)
        Km(i_m)=1.6;
    elseif montaje==1 & b(i_m)>=500
        Km(i_m)=1.8;
    elseif montaje==2 & (0<b(i_m)) & (b(i_m)<=50)
        Km(i_m)=1.6;
    elseif montaje==2 & (50<b(i_m)) & (b(i_m)<=200)
        Km(i_m)=1.7;
    elseif montaje==2 & (200<b(i_m)) & (b(i_m)<=350)
        Km(i_m)=1.8;
    elseif montaje==2 & (350<b(i_m)) & (b(i_m)<500)
        Km(i_m)=2.0;
```

```

elseif montaje==2 & b(i_m)>=500
    Km(i_m)=2.2;
elseif montaje==3
    Km(i_m)=2.2;
end
end
end

```

Figura 2.50. Factor de distribución de carga

El siguiente paso consiste en obtener el valor apropiado del factor geométrico de resistencia a la flexión J . Este factor tiene en cuenta el efecto de la forma del perfil del diente, la posición para la cual la carga aplicada causa más daño, la concentración de esfuerzo y la distribución de la carga entre una o más parejas de dientes. La figura 2.51 se utiliza para obtener el factor geométrico J en engranajes rectos [5].

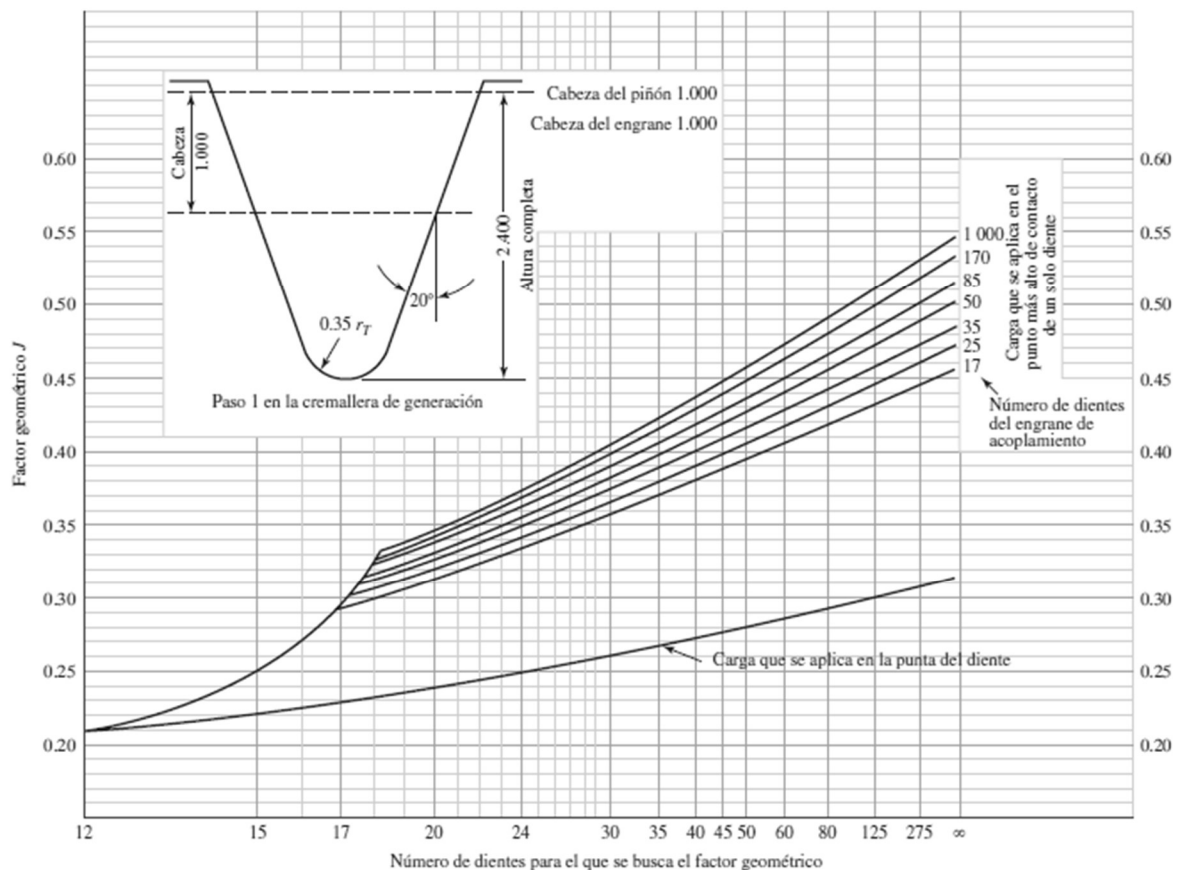


Figura 2.51. Factores geométricos en engranajes rectos

Debido a la multitud de posibilidades que podemos obtener de factores geométricos en función del número de dientes de las ruedas conductora y conducida de cada par, se decide realizar un script a parte con la función que define dicho factor. Para ello, se llama desde el programa principal a la función *Calcula_FactorJ* que es la encargada de devolver el valor de J asignado a cada par en función del número de dientes de las ruedas que forman los mismos.

```

%Factor geométrico de resistencia a la flexión
J=Calcula_FactorJ(pares,Conducidas,Conductoras);

```

Figura 2.52. Factor geométrico J


```

function [J] = Calcula_FactorJ(pares,Conducidas,Conductoras)
for i_Z=1:pares
    if Conducidas(i_Z)==12
        J(i_Z)=0.21;
    elseif Conducidas(i_Z)==13
        J(i_Z)=0.22;
    elseif Conducidas(i_Z)==14
        J(i_Z)=0.23;
    elseif Conducidas(i_Z)==15
        J(i_Z)=0.25;
    elseif Conducidas(i_Z)==16
        J(i_Z)=0.27;
    elseif Conducidas(i_Z)==17
        J(i_Z)=0.29;
    elseif Conducidas(i_Z)==18 & Conductoras(i_Z)<=17
        J(i_Z)=0.30;
    elseif Conducidas(i_Z)==18 & Conductoras(i_Z)>17 & Conductoras(i_Z)<=25
        J(i_Z)=0.305;
    elseif Conducidas(i_Z)==18 & Conductoras(i_Z)>25 & Conductoras(i_Z)<=35
        J(i_Z)=0.31;
    elseif Conducidas(i_Z)==18 & Conductoras(i_Z)>35 & Conductoras(i_Z)<=50
        J(i_Z)=0.315;
    elseif Conducidas(i_Z)==18 & Conductoras(i_Z)>50 & Conductoras(i_Z)<=85
        J(i_Z)=0.32;
    ...
end

```

Figura 2.53. Función *Calcula_FactorJ*

El factor que tiene en cuenta que los engranajes intermedios o locos están sometidos a más ciclos de esfuerzo por unidad de tiempo, y a cargas alternantes más elevadas que los engranajes de giro no libre, es el factor de engranaje intermedio K_I . Para considerar tal situación, el factor K_I se iguala a 1,42 para un engrane loco, o bien, a 1,0 para un engrane normal, tal como se ha implementado en las líneas de código que se muestran en la figura 2.54.

```

%Factor de engrane intermedio
if engrane==1
    Ki=1;
elseif engrane==0
    Ki=1.42;
end

```

Figura 2.54. Factor de engranaje intermedio K_I

El siguiente factor definido es el factor de espesor de aro, K_B , que sirve para tener en cuenta las situaciones donde un engranaje con diámetro grande tiene una profundidad pequeña de aro en comparación con la profundidad del diente. Se decide que el valor de dicho factor sea uno, puesto que los engranajes que se fabrican normalmente son macizos y no tienen un aro delgado debajo del diente.

```

%Factor de espesor del aro
Kb=1;

```

Figura 2.55. Factor de espesor del aro K_B

Obtenidos los valores de todos los factores necesarios para calcular la tensión en la raíz del diente de acuerdo con la ecuación 2-51, se procede a la estimación de la tensión omitiendo el ancho de cara del diente puesto que este valor es una aproximación que no tiene por qué coincidir con el real, que se obtendrá posteriormente una vez conocidas las tensiones en la raíz del diente y la permisible.

```

    %Tensión en la raíz del diente (sin el ancho de cara)
    sigma_b=[];
    for i_sigma_b=1:pares
    sigma_b(i_sigma_b)=(Ft(i_sigma_b)*Ko*Kv(i_sigma_b)*Ks*Km(i_sigma_b)*Ki*Kb)/(m(i_sigma_b)*J(i_sigma_b));
    end

```

Figura 2.56. Aproximación de la tensión en la raíz del diente

Para completar este análisis de fractura del diente hay que establecer un criterio de fallo. El criterio de fallo se demuestra mediante las siguientes expresiones:

$$\sigma = \frac{F_t K_o K_v K_s K_m K_i K_b}{m b J} \leq \sigma_{permf} \quad (2-52)$$

$$\sigma_{permf} = \frac{K_L}{K_T K_R} S'_{fb} \quad (2-53)$$

donde σ_{permf} = tensión permisible (MPa)

S'_{fb} = resistencia a la fatiga por flexión (MPa)

K_L = factor de vida

K_T = factor de temperatura

K_R = factor de confiabilidad

El valor asignado y la implementación del criterio de fallo en el programa desarrollado se muestra a continuación.

Para la obtención de la tensión permisible se debe conocer el valor de varios factores. Uno de ellos, el factor de vida o factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a flexión K_L , para engranajes de acero, se puede establecer de acuerdo con los valores reflejados en la siguiente figura [5].

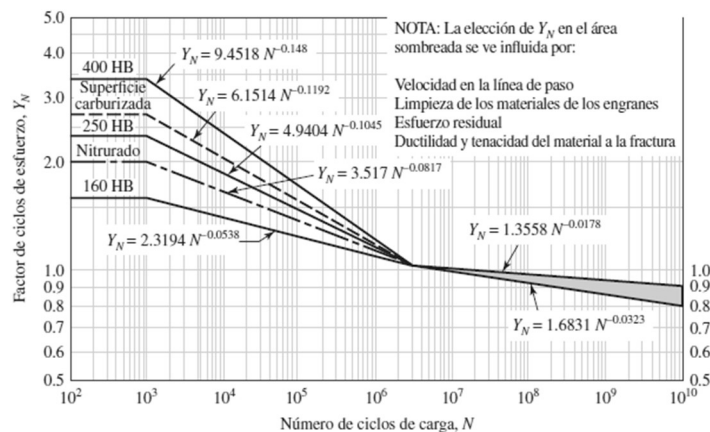


Figura 2.57. Factor de vida para resistencia a la flexión K_L

En la herramienta de cálculo desarrollada, suponiendo un número de ciclos de carga de 10^7 , se establece un valor unidad para este factor de vida. Lo mismo ocurre con el factor de temperatura que, para aceros con temperaturas del aceite o del disco del engrane de hasta aproximadamente 250°F, el valor de dicho factor puede ser igual a la unidad, como queda implementado en el programa. Cuando las temperaturas son más altas, este factor debe ser mayor que la unidad.

```
%Criterio de fallo:
%Factor de vida
Kl=1;
%Factor de temperatura
Kt=1;
```

Figura 2.58. Factores de vida y de temperatura

Por otro lado, el factor de confiabilidad tiene en cuenta el efecto de las distribuciones estadísticas de las fallas por fatiga del material. La siguiente tabla se basa en datos desarrollados por la Marina Estadounidense de fallas por fatiga debidas a esfuerzos de flexión y de contacto [5].

Tabla 2.5. Factor de confiabilidad K_r

Confiabilidad	$K_r (Y_z)$
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

Al ser la confiabilidad un dato que se le solicita al usuario, se programa la designación de un valor al factor con un bucle *if* en función del porcentaje de confiabilidad introducido.

```
%Factor de confiabilidad
if conf==99.99
    Kr=1.50;
elseif conf==99.9
    Kr=1.25;
elseif conf==99
    Kr=1.00;
elseif conf==90
    Kr=0.85;
elseif conf==50
    Kr=0.70;
end
```

Figura 2.59. Designación del factor de confiabilidad

Por último, la resistencia a la fatiga por flexión es un valor propio del material elegido. Si el material ha sido elegido previamente por el usuario, este habrá introducido un valor para dicha resistencia. En caso contrario, el usuario selecciona un material de la lista que incluye el programa, el cual tiene asignado los valores de resistencia necesarios para la correcta ejecución del análisis.

```
%Resistencia a la fatiga por flexión según material
if Sflex1
    Sfb=Sflex1;
elseif Sflex2
    Sfb=Sflex2;
end
```

Figura 2.60. Asignación de la resistencia a la fatiga por flexión

Una vez seleccionados todos los valores anteriores, se procede al cálculo de la tensión permisible de acuerdo con la ecuación 2-53, tal como queda reflejado en las líneas de código siguientes.

```
%Tensión permisible
sigma_perm_b=Kl/(Kt*Kr)*Sfb;
```

Figura 2.61. Tensión permisible para análisis de fractura del diente

Obtenidas la tensión en la raíz del diente (sin el ancho de cara del diente) y la tensión permisible, se comprueba, por un lado, que el ancho de cara real está dentro del rango $9m < b < 14m$. Esta comprobación se lleva a cabo mediante el cociente entre ambas tensiones y, en caso de que el valor del ancho de cara no cumpla la condición establecida, se aproxima su valor y se vuelve a obtener la tensión en la raíz del diente.

Por otro lado, teniendo un valor aceptado para el ancho de cara, se comprueba la ecuación 2-52, donde la tensión en la raíz del diente debe ser menor a la permisible. Si no se cumple esta condición, se aumenta en una unidad el valor del módulo del par de engranajes analizado y se vuelven a realizar todos los cálculos correspondientes al análisis de los engranajes explicados hasta el momento, gracias al primer bucle *while* que se observa en la figura 2.33.

```
%Ancho de cara
for i_b=1:pares
    b(i_b)=round(sigma_b(i_b)/sigma_perm_b,2);
    if b(i_b)<(9*m(i_b)) || b(i_b)>(14*m(i_b))
        b(i_b)=9*m(i_b);
        sigma_b(i_b)=sigma_b(i_b)/b(i_b);
    end
end
for i_b=1:pares
    if (sigma_b(i_b)>=sigma_perm_b) & m(i_b)<6
        condicion_1=false;
        m(i_b)=m(i_b)+1;
    elseif (sigma_b(i_b)<sigma_perm_b) & m(i_b)<6 & ((m(i_b)==2 &
Conductoras(i_b)>120) | (m(i_b)==2 & Conducidas(i_b)>120) | (m(i_b)==3 &
Conducidas(i_b)>120) | (m(i_b)==3 & Conducidas(i_b)>110) | (m(i_b)==4 &
Conducidas(i_b)>110) | (m(i_b)==4 & Conducidas(i_b)>110) | (m(i_b)==5 &
Conducidas(i_b)>110) | (m(i_b)==5 & Conducidas(i_b)>110) | (m(i_b)==6 &
Conducidas(i_b)>40) | (m(i_b)==6 & Conducidas(i_b)>40)))
        condicion_1=false;
        m(i_b)=m(i_b)+1;
    else
        condicion_1=true;
    end
end
end
```

Figura 2.62. Comprobación de la tensión en la raíz del diente

Si, por el contrario, la condición anterior se cumple, se debe justificar que, para el módulo elegido de cada par de engranajes, existen ruedas en el mercado con el número de dientes seleccionado. Todo ello se comprueba según los valores introducidos en la herramienta desarrollada que se corresponden con los números de dientes normalizados que se pueden encontrar en catálogos de diferentes fabricantes.

```
for i_b=1:pares
    if (m(i_b)==2 & Conductoras(i_b)>120) | (m(i_b)==2 &
Conducidas(i_b)>120) | (m(i_b)==3 & Conductoras(i_b)>120) | (m(i_b)==3 &
Conducidas(i_b)>120) | (m(i_b)==4 & Conductoras(i_b)>110) | (m(i_b)==4 &
Conducidas(i_b)>110) | (m(i_b)==5 & Conductoras(i_b)>110) | (m(i_b)==5 &
Conducidas(i_b)>110) | (m(i_b)==6 & Conductoras(i_b)>40) | (m(i_b)==6 &
Conducidas(i_b)>40) | Conductoras(i_b)<14 | Conducidas(i_b)<14
```

```

f40=msgbox('No hay engranajes normalizados para su
sistema.','Error','error');
condicion_2=true;
end
end

```

Figura 2.63. Comprobación de engranajes normalizados

Para realizar el correspondiente análisis de fatiga superficial del diente (falla por picadura) también existen varios métodos, como son:

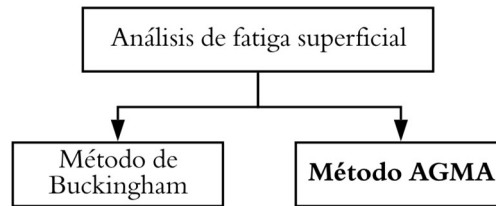


Figura 2.64. Métodos de análisis de fatiga superficial

2.3.1.4.3. Método de Buckingham [2]

Las tensiones superficiales en los dientes de los engranajes fueron investigadas por primera vez por Buckingham.

Buckingham consideró que dos cilindros con el mismo radio de curvatura que los dientes de engrane en el punto de paso, y cargados radialmente en contacto con rodadura, podrían utilizarse para simular el contacto del diente del engrane.

De acuerdo con Buckingham la carga máxima tangencial que puede ser transmitida para que no se produzca fatiga superficial viene dada por:

$$F_{fat} = KbQd_p \quad (2-54)$$

siendo

$$K = S_{fat}^2 \left(\frac{1}{E_p} + \frac{1}{E_e} \right) \frac{\sin \varphi}{1.4} \quad (2-55)$$

$$Q = \frac{2d_e}{(d_p + d_e)} \quad (2-56)$$

donde E_p, E_e = módulos de elasticidad de piñón y rueda

S_{fat} = límite de fatiga

φ = ángulo de presión

d_p, d_e = diámetros de paso de piñón y rueda

El método de Buckingham sirve de base a la fórmula de la resistencia a la picadura de AGMA.

2.3.1.4.4. Método AGMA

La ecuación fundamental de este método para realizar el análisis de fatiga superficial del diente es:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{F_t}{bId}} C_o C_s C_m C_f C_v \quad (2-57)$$

donde σ_c = tensión de contacto (MPa)

F_t = fuerza tangencial (N)

b = ancho del diente (mm)

I = factor geométrico

d = diámetro de paso del piñón (mm)

C_p = coeficiente elástico (MPa^{0.5})

$C_o = K_o$ = factor de sobrecarga

$C_s = K_s$ = factor de corrección por tamaño

$C_m = K_m$ = factor de corrección por distribución de carga

$C_v = K_v$ = factor dinámico

C_f = factor de condición superficial

El flujograma representado en la siguiente figura muestra el proceso de cálculo que realiza la herramienta desarrollada para analizar la fatiga superficial del diente.

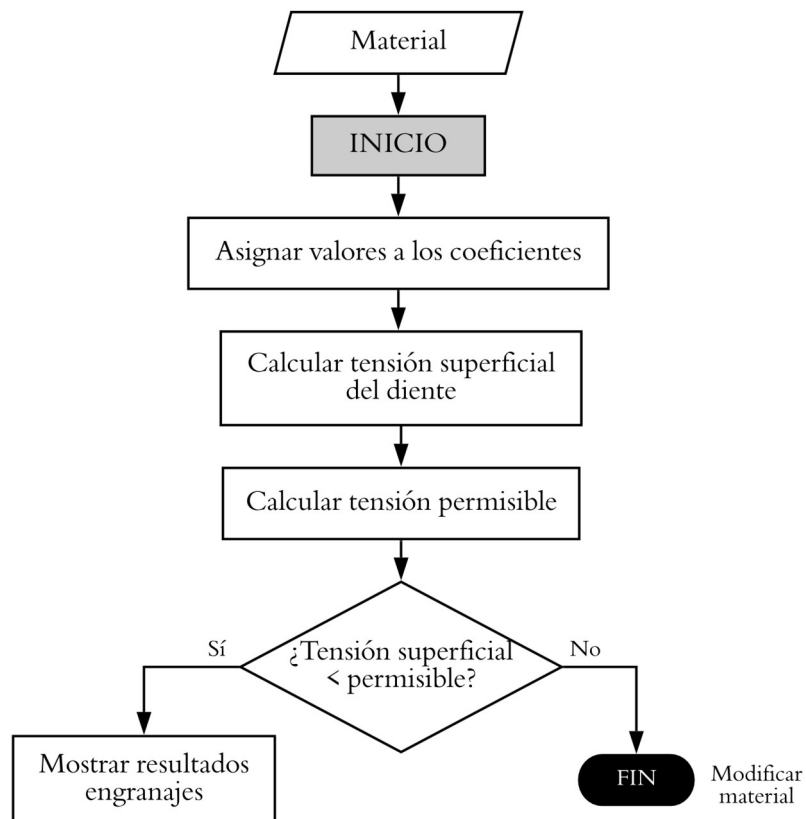


Figura 2.65. Flujograma análisis de fatiga superficial del diente

Como se puede observar, algunos de los parámetros que intervienen en esta ecuación han sido definidos previamente y tienen asignado un valor que se mantiene para este nuevo análisis.

```
while condicion_2==false
    i_dp=1;
    for i_b=1:pares
        if (sigma_b(i_b)>=sigma_perm_b)
            f41=msgbox('El material elegido para los engranajes NO es válido.
            Pruebe a introducir otro material.','Error','error');
        elseif (sigma_b(i_b)<sigma_perm_b)
            %2.Análisis de fatiga superficial
            Co=Ko;
            Cs=Ks;
            Cm=Km;
            Cv=Kv;
```

Figura 2.66. Coeficientes del análisis de fatiga superficial

Sin embargo, hay otros parámetros para los que se debe seleccionar un valor, como por ejemplo el coeficiente elástico C_p . Dicho coeficiente tiene en cuenta las propiedades de los materiales del piñón y de la rueda de la pareja de engranajes en estudio y se determina por:

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\frac{(1 - \nu_p^2)}{E_p} + \frac{(1 - \nu_e^2)}{E_e} \right]}} \quad (2-58)$$

donde E_p, E_e = módulos de elasticidad del piñón y del engranaje

ν_p, ν_e = módulos de Poisson

Aunque los valores de C_p se pueden calcular directamente por medio de la ecuación anterior, existen valores tabulados que son los que se han utilizado y que están asignados a cada uno de los materiales de la lista que dispone la herramienta desarrollada.

```
%Coeficiente elástico según material
if coef1
    Cp=coef1;
elseif coef2
    Cp=coef2;
end
```

Figura 2.67. Asignación del coeficiente elástico según el material

Para tener en cuenta factores tales como acabado de la superficie y esfuerzos residuales, hay que emplear el factor de condición superficial C_f . AGMA todavía no ha establecido normas para factores de la condición superficial, pero recomienda que C_f se defina igual a la unidad para aquellos engranajes que se fabriquen mediante métodos convencionales. Su valor se debe incrementar para tomar en consideración acabados superficiales extraordinariamente ásperos, o por la presencia conocida de tensiones residuales. Por tanto, se decide establecer un valor unidad para este factor.

```
%Factor de condición superficial
Cf=1;
```

Figura 2.68. Factor de acabado superficial

Si se asigna un valor para el factor geométrico I , se están considerando los radios de curvatura de los dientes del engrane y el ángulo de presión. Las expresiones que definen este factor son:

$$I = \frac{\cos \varphi \cdot \sin \varphi}{2 \cdot m_N} \cdot \frac{m_G}{m_G + 1} \quad (2-59)$$

$$I = \frac{\cos \varphi \cdot \sin \varphi}{2 \cdot m_N} \cdot \frac{m_G}{m_G - 1} \quad (2-60)$$

La ecuación 2-59 para engranajes rectos cuando la pareja tiene un engrane exterior y la 2-60 para una pareja con engrane interior, siendo m_N igual a la unidad por tratarse de engranajes rectos y m_G la relación de transmisión parcial ($k_{parcial}$) correspondiente a cada pareja de engranajes.

```
%Factor geométrico
mn=1;
if engrane_EXT(i_b)==1
I(i_b)=(cos(phi(i_b))*sin(phi(i_b)))/(2*mn))*(k_parcial(i_b)/(k_parcial(i_b)+1));
elseif engrane_EXT(i_b)==0
I(i_b)=abs((cos(phi(i_b))*sin(phi(i_b)))/(2*mn))*(k_parcial(i_b)/(k_parcial(i_b)-1)));
end
```

Figura 2.69. Factor geométrico I

Establecidos todos los valores de los factores necesarios para obtener la tensión superficial del diente de acuerdo con la ecuación 2-57, se procede al cálculo de dicha tensión para cada pareja de engranajes.

```
%Tensión superficial del diente
sigma_c(i_b)=Cp*(sqrt((Ft(i_b)/(b(i_b)*I(i_b)*dp(i_dp)))*Co*Cs*Cm(i_b)*Cf*Cv(i_b))));
```

Figura 2.70. Tensión superficial del diente

El criterio de fallo de este segundo análisis de tensiones de los engranajes se comprueba mediante las siguientes expresiones:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{F_t}{b l d}} C_o C_s C_m C_f C_v \leq \sigma_{perm c} \quad (2-61)$$

$$\sigma_{perm c} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S'_{fc} \quad (2-62)$$

donde $\sigma_{perm c}$ = tensión permisible (MPa)

S'_{fc} = resistencia a la fatiga superficial (MPa)

C_L = factor de vida

C_H = factor de razón de dureza

$C_T = K_T$ = factor de temperatura

$C_R = K_R$ = factor de confiabilidad

El valor asignado a cada parámetro y la implementación de esta comprobación en el programa se muestra a continuación.

Para la obtención de la tensión permisible se debe conocer el valor de varios factores. Uno de ellos, el factor de vida o factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a fatiga C_L , para engranes de acero, se puede establecer de acuerdo con los valores reflejados en la siguiente figura [5].

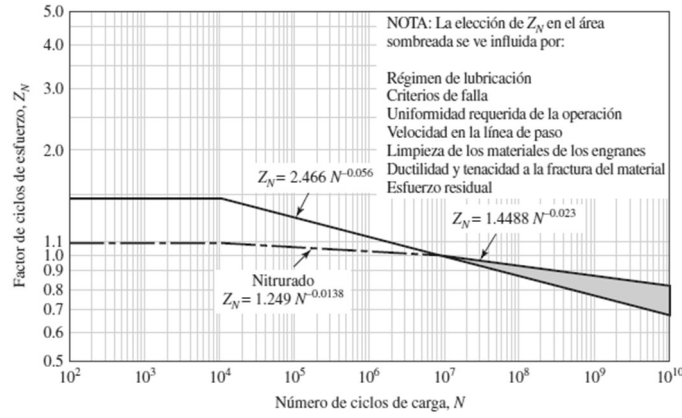


Figura 2.71. Factor de vida para resistencia a la fatiga C_L

En la herramienta de cálculo desarrollada, suponiendo un número de ciclos de carga de 10^7 , se asigna un valor unidad a este factor de vida.

```
%Factor de vida
Cl=1;
```

Figura 2.72. Factor de vida para resistencia a la fatiga C_L

El factor de razón de dureza C_H es una función de la relación de transmisión y de la dureza relativa entre el piñón y la rueda. Este factor actúa para incrementar la resistencia aparente del engranaje y considera situaciones en las cuales los dientes del piñón son más duros que los dientes de la rueda. Además, sólo se aplica a la resistencia de los dientes de la rueda, no para el piñón.

Dicho factor para piñones endurecidos totalmente viene definido por:

$$C_H = 1 + A(m_G - 1) \quad (2-63)$$

donde m_G = relación de transmisión

A = se determina a partir de:

$$\frac{HB_p}{HB_e} < 1.2 \rightarrow A = 0 \quad (2-64)$$

$$\frac{HB_p}{HB_e} > 1.7 \rightarrow A = 0.00698 \quad (2-65)$$

$$1.2 \leq \frac{HB_p}{HB_e} \leq 1.7 \rightarrow A = 0.00898 \frac{HB_p}{HB_e} - 0.00829 \quad (2-66)$$

HB_p, HB_e = durezas Brinell del piñón y de la rueda, respectivamente.

Al establecer el mismo material para cada par de engranajes, ambas durezas Brinell tendrán el mismo valor, resultando el cociente igual a la unidad y quedando el valor de A , definido según la ecuación 2-64, como nulo.

Y, por tanto, el factor de dureza será igual a la unidad.

```
%Factor de razón de dureza
A=0;
Ch=1;
```

Figura 2.73. Factor de razón de dureza C_H

El valor del factor de temperatura puede ser igual a uno, como quedó implementado para el criterio de fallo anterior. Y, por otro lado, el factor de confiabilidad se establece en función del porcentaje de confiabilidad introducido por el usuario.

```
%Factor de temperatura
Ct=Kt;
%Factor de confiabilidad
Cr=Kr;
```

Figura 2.74. Factores de temperatura y de confiabilidad

Por último, la resistencia a la fatiga superficial es un valor propio del material elegido. Si el material ha sido elegido previamente por el usuario, este habrá introducido un valor para dicha resistencia. En caso contrario, el usuario selecciona un material de la lista que incluye la herramienta desarrollada.

```
%Resistencia a la fatiga superficial
if Ssup1
    Sfc=Ssup1;
elseif Ssup2
    Sfc=Ssup2;
end
```

Figura 2.75. Asignación de la resistencia a la fatiga superficial

Cuando se han seleccionado todos los parámetros anteriores, se procede al cálculo de la tensión permisible de acuerdo con la ecuación 2-62, tal como queda reflejado a continuación.

```
%Tensión permisible
sigma_perm_c=((Cl*Ch)/(Ct*Cr))*Sfc;
```

Figura 2.76. Tensión permisible para análisis de fatiga superficial

Obtenidas la tensión superficial de cada pareja de engranajes y la tensión permisible, se comprueba la ecuación 2-61, donde se establece que la tensión permisible debe ser mayor que la calculada para cada par de ruedas. Si se cumple esta condición, el programa muestra el diseño y los parámetros de cálculo significativos de cada uno de los engranajes que forman el sistema de transmisión. Pero, en caso de que la condición no se cumpla, se muestra un mensaje de error donde se comunica al usuario que el material elegido no es válido y que puede probar a ejecutar otra vez el programa seleccionando otro material para los engranajes.

```
%Comprobar que la tensión permisible es mayor que la del material
if (sigma_c(i_b)<sigma_perm_c)
    %Mostrar Resultados Engranajes
    %Leer imagen
    I1=imread('engranajes.jpg');
    %Crear texto
    text_str1=cell(9,1);
```

```

        text_str1{1}=[ 'Módulo: ' num2str(m(i_b), '%d')];
        text_str1{2}=[ 'Ángulo de presión: '
num2str(round((phi(i_b)*180/pi)), '%d°')];
        if mat_gear~=0
            text_str1{3}=[ 'Material: ' mat_gear];
        else
            text_str1{3}='Material introducido por el usuario';
        end
        text_str1{4}='Engranaje de Entrada: ';
        text_str1{5}=[ 'Número de dientes: Z='
num2str(round(Conductoras(i_b)), '%d')];
        text_str1{6}=[ 'Diámetro de paso: dp='
num2str(round(dp(i_dp)), '%d mm')];
        text_str1{7}='Engranaje de Salida: ';
        text_str1{8}=[ 'Número de dientes: Z='
num2str(round(Conducidas(i_b)), '%d')];
        text_str1{9}=[ 'Diámetro de paso: dp='
num2str(round(dp(i_dp+1)), '%d mm')];
        %Definir la posición y el color de los cuadros de texto
        position1=[410 40;410 60;410 80;410 110;410 130;410 150;410
180;410 200;410 220];

        box_color1={ 'white', 'white', 'white', 'white', 'white', 'white', 'white', 'white', 'white'}
        ;

        %Insertar el texto
        RGB1=insertText(I1,position1,text_str1,'FontSize',12,'Boxcolor',box_color1,'BoxOpaci
ty',0,'TextColor','black');
        %Mostrar la imagen
        figure
        imshow(RGB1)
        title(['Engranajes Etapa ', num2str(i_b), '']);

    else
        f42=msgbox('El material elegido para los engranajes NO es válido.
Pruebe a introducir otro material.','Error','error');
    end
    i_dp=i_dp+2;
end
end
end

```

Figura 2.77. Mostrar resultados para los engranajes

2.3.2. Cálculo y diseño de ejes

A la implementación y obtención de resultados de los engranajes que constituyen el sistema de transmisión deseado, le sigue el análisis y desarrollo de las tareas necesarias para mostrar un posible diseño de los ejes sobre los que se montan dichos engranajes previamente calculados.

El proceso llevado a cabo para mostrar los parámetros que definen los ejes del sistema de engranajes a diseñar se basa en:

- I. Obtener el número de ejes totales e intermedios.
- II. Calcular los esfuerzos en los ejes.
- III. Calcular las tensiones equivalentes.
- IV. Aplicar el criterio de fallo para obtener la resistencia a la fatiga.
- V. Obtener un diámetro inicial de cada sección del eje.
- VI. Recalcular la resistencia a la fatiga para obtener el nuevo diámetro.
- VII. Seleccionar el diámetro normalizado que se ajuste a los cálculos.
- VIII. Comprobar que el diámetro normalizado coincide con el diámetro interior del engranaje en las secciones del eje que corresponda.

El proceso de cálculo desarrollado en la herramienta de Matlab se detalla en el esquema de la figura que se

muestra a continuación.

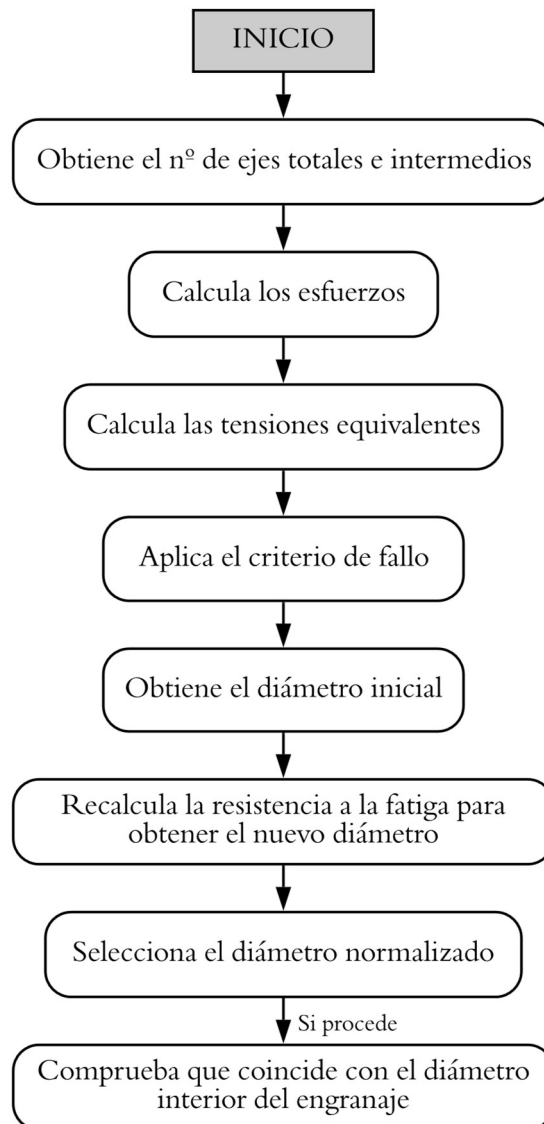


Figura 2.78. Flujograma cálculo de ejes

Obtener el número de ejes totales e intermedios se puede realizar en dos sencillos pasos. Por una parte, el número total de ejes del sistema de transmisión corresponde con el número de pares de engranajes que forman dicho sistema más uno. Mientras que el número de ejes intermedios es el número de ejes totales al que se resta los ejes de entrada y salida.

Como llegados a este punto el número de pares de engranajes es un valor conocido por el programa, el código para obtener dichos números de ejes se puede resumir en las siguientes líneas.

```

%CÁLCULO Y DISEÑO DE ÁRBOLES
%Número de ejes totales e intermedios
ejes=pares+1;
ejes_intermedios=ejes-2;
  
```

Figura 2.79. Número de ejes totales e intermedios

Sin embargo, seleccionar el diámetro normalizado que mejor se ajusta a cada sección del eje analizado conlleva una secuencia de cálculos que se detallan a continuación.

Primero cabe destacar que se distingue entre sistemas de transmisión formados por un solo par de engranajes y trenes de engranajes, puesto que estos últimos están formados por engranajes intermedios y los otros no. Además, los cálculos hasta seleccionar los diámetros normalizados se realizan en un script a parte que contiene la secuencia de pasos hasta la elección de los diámetros. Por tanto, el programa principal llama a la función *CalculaEjes* que corresponda y ésta devuelve el valor de los diámetros de cada sección del eje estudiado. Por ejemplo, si se trata de un sistema de transmisión simple por engranajes, formado por un único par de engranajes, las líneas de código para llamar a la función que calcula los diferentes diámetros de los dos ejes son:

```
%Cálculo de los diámetros de las diferentes secciones de los ejes
if pares==1
[d_A_final,d_E1_final,d_E2_final,d_B_final]=CalculaEjes_1par(Y,Fr,Ft,T(2),m,Sut,d,As
up,b_sup,Conductoras,Conducidas);
```

Figura 2.80. Diámetros de los ejes de un sistema de transmisión simple

Esta función, capaz de obtener los diámetros de cada una de las secciones de los ejes del sistema de engranajes, comienza con el cálculo de los esfuerzos a los que están sometidos dichos ejes.

Para evaluar los esfuerzos en un eje, es necesario conocer las zonas críticas del mismo. Por lo general, se encuentran donde el momento flector es grande, donde el par de torsión está presente y donde existen concentraciones de esfuerzo [5]. Por ejemplo, el par de torsión al que está sometido el eje se transmite sólo a través de una parte de ellos. Suele entrar al eje por un engranaje y salir del mismo por otro engranaje. Se puede determinar el par de torsión en cualquier sección mediante un diagrama de sólido libre del eje. Por otro lado, los engranajes montados sobre los ejes también introducen fuerzas en dos planos, esfuerzos cortantes y momentos flectores que pueden determinarse mediante diagramas de cortante y momento flector. Además, resulta aceptable despreciar los esfuerzos axiales cuando hay flexión presente en un eje.

Por tanto, se analizan los esfuerzos en las secciones del eje donde están situados los engranajes y en los apoyos. Para el sistema de engranajes formado por un par de engranajes, las fuerzas y reacciones a tener en cuenta para el cálculo de los esfuerzos en el eje son las representadas en la siguiente figura.

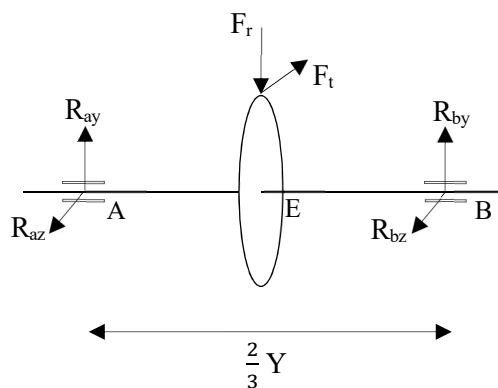


Figura 2.81. Diagrama de sólido libre de un eje simple

Si se observa la figura anterior y se analizan los momentos y fuerzas a los que está sometido el eje en ambos planos, plano *xy* y plano *xz*, se pueden obtener las siguientes expresiones.

En el plano *xy*, el momento con respecto al punto A se calcula como:

$$\sum M_A = 0 \quad (2-67)$$

$$R_{by} \cdot \frac{2}{3}Y = F_r \cdot \frac{\frac{2}{3}Y}{2} \rightarrow R_{by} \quad (2-68)$$

Y la sumatoria de fuerzas en y permite obtener:

$$\sum F_y = 0 \quad (2-69)$$

$$R_{ay} + R_{by} = F_r \rightarrow R_{ay} \quad (2-70)$$

Por otro lado, el momento con respecto al punto A en el plano xz:

$$\sum M_A = 0 \quad (2-71)$$

$$R_{bz} \cdot \frac{2}{3}Y = F_t \cdot \frac{\frac{2}{3}Y}{2} \rightarrow R_{bz} \quad (2-72)$$

Las fuerzas en z son:

$$\sum F_z = 0 \quad (2-73)$$

$$R_{az} + R_{bz} = F_t \rightarrow R_{az} \quad (2-74)$$

Con estas expresiones y si se dibujan los diagramas de cada uno de los esfuerzos, se puede concluir que el punto A está sometido a esfuerzos de torsión y cortante, el punto intermedio E debe absorber todo el momento flector y esfuerzo de torsión, y el apoyo B sólo cortante.

Este cálculo de esfuerzos se implementa en la herramienta desarrollada en Matlab tal como queda reflejado en la figura 2.82.

```
function [d_A_final,d_E1_final,d_E2_final,d_B_final] =
CalculaEjes_lpar(Y,Fr,Ft,T,m,Sut,d,Asup,bsup,Conductoras,Conducidas)

    %Cálculo de esfuerzos
    %Plano xy
    Rby=(Fr*((2/3)*Y/2))/((2/3)*Y);
    Ray=Fr-Rby;
    %Plano xz
    Rbz=(Ft*((2/3)*Y/2))/((2/3)*Y);
    Raz=Ft-Rbz;

    %Cortantes
    %Plano xy
    Txy=Rby;
    %Plano xz
    Txz=Rbz;

    %Momento flector
    %Plano xy
    Mfxy=Txy*((2/3)*Y/2);
    %Plano xz
    Mfxz=Txz*((2/3)*Y/2);

    %Momento flector resultante en engranaje
    Me=sqrt((Mfxy^2)+(Mfxz^2));
```

Figura 2.82. Cálculo de fuerzas según la función *CalculaEjes_lpar*

Para el análisis de tensiones en el eje se combinan los esfuerzos de flexión, torsión o axiales en tensiones de von Mises alternantes y medias, para las que no se tendrá en cuenta las cargas axiales porque son pequeñas en comparación con la flexión y la torsión en dichas zonas.

Las tensiones debidas a la flexión y torsión vienen definidas por:

$$\sigma_a = K_{f,F} \frac{M_a c}{I} \quad \sigma_m = K_{f,F} \frac{M_m c}{I} \quad (2-75)$$

$$\tau_a = K_{f,T} \frac{T_a c}{J} \quad \tau_m = K_{f,T} \frac{T_m c}{J} \quad (2-76)$$

donde M_a y M_m = momentos flectores alternante y medio

T_a y T_m = pares de torsión alternante y medio

$K_{f,F}$ y $K_{f,T}$ = factores de concentración del esfuerzo por fatiga de flexión y torsión

Suponiendo que se trata de un eje sólido con sección transversal redonda, se pueden sustituir los términos geométricos necesarios para c , I y J , quedando las expresiones anteriores como siguen.

$$\sigma_a = K_{f,F} \frac{32M_a}{\pi d^3} \quad \sigma_m = K_{f,F} \frac{32M_m}{\pi d^3} \quad (2-77)$$

$$\tau_a = K_{f,T} \frac{16T_a}{\pi d^3} \quad \tau_m = K_{f,T} \frac{16T_m}{\pi d^3} \quad (2-78)$$

A continuación, se analizan los puntos significativos de cada eje. El primer punto que se estudia es el punto A, considerado el punto de entrada del primer eje donde se sitúa un rodamiento, y cuyos esfuerzos y diámetro deben coincidir con el punto de salida del otro eje, denominado punto B'. Este punto de apoyo A está sometido a esfuerzos de torsión y cortante, por tanto, las tensiones actúan tangencialmente a la sección del punto.

Los valores de los dos factores de concentración de tensiones mencionados anteriormente se han elegido tras un estudio de las diferentes posibilidades, tomando finalmente $K_{f,F} = 1,2$ y $K_{f,T} = 1,3$. Aplicando estos factores de concentración de tensiones, se pueden obtener las tensiones alternante y media como se aprecia en la figura 2.83.

```
%Concentradores de tensiones
KfF=1.2;
KfT=1.3;

%PUNTO A (entrada eje 1)//PUNTO B' (salida eje 2)
%Momento torsor
tau_Mt_A=(16*T*1000)/pi;
tau_med_A=KfT*tau_Mt_A;
%Cortante
T_A=sqrt((Txy^2)+(Tyz^2));
tau_alt_A=(4/3)*((4*T_A)/pi);
```

Figura 2.83. Tensiones en el punto A del eje

Las tensiones equivalentes de von Mises cuando se combinan estos esfuerzos están dadas por las siguientes expresiones.

$$\sigma_a^{eq} = \sqrt{(\sigma_a^2 + 3\tau_a^2)} = \sqrt{\left(\frac{32K_{f,F}M_a}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16K_{f,T}T_a}{\pi d^3}\right)^2} \quad (2-79)$$

$$\sigma_m^{eq} = \sqrt{(\sigma_m^2 + 3\tau_m^2)} = \sqrt{\left(\frac{32K_{f,F}M_m}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16K_{f,T}T_m}{\pi d^3}\right)^2} \quad (2-80)$$

De acuerdo con los esfuerzos obtenidos en la figura 2.83, las tensiones equivalentes de von Mises en ese mismo punto son:

```
%Cálculo de las tensiones equivalentes
sigma_eq_alt_A=sqrt(3)*tau_alt_A;
sigma_eq_med_A=sqrt(3)*tau_med_A;
```

Figura 2.84. Tensiones equivalentes en el punto A

Estas tensiones equivalentes media y alternante pueden evaluarse usando una curva de fallo apropiada. En este caso se estudia sobre el diagrama de Goodman modificado. Dicho criterio se basa en el diagrama de la figura 2.85 que muestra el esfuerzo medio a lo largo de la abscisa y todas las demás componentes del esfuerzo en la ordenada, con la tensión en la dirección positiva. El diagrama de Goodman modificado consiste en rectas que se trazan hasta la resistencia a la fatiga S_e , arriba y abajo del origen [5].

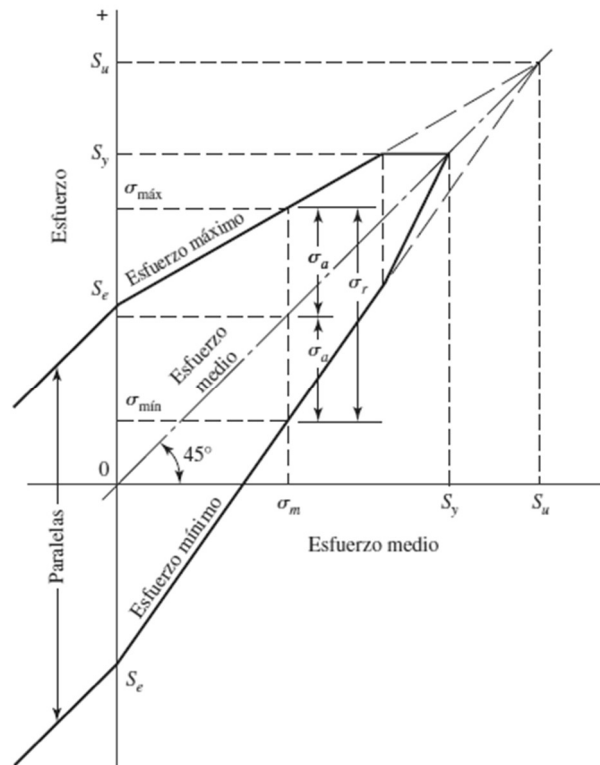


Figura 2.85. Diagrama de Goodman modificado

El criterio de fallo por fatiga de la línea de Goodman se define mediante la ecuación 2-81.

$$\frac{\sigma_a^{eq}}{S_e} + \frac{\sigma_m^{eq}}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad (2-81)$$

donde σ_a^{eq} y σ_m^{eq} = tensiones equivalentes alternante y media, respectivamente

S_{ut} = resistencia mínima a la tensión

S_e = límite de resistencia a la fatiga

n = factor de seguridad

Siendo la expresión que limita la resistencia a la fatiga de un material:

$$S_e = C_{carga} \cdot C_{tamaño} \cdot C_{superficie} \cdot C_{temperatura} \cdot C_{fiabilidad} \cdot S'_e \quad (2-82)$$

donde C_{carga} = factor de carga

$C_{tamaño}$ = factor de tamaño

$C_{superficie}$ = factor de superficie

$C_{temperatura}$ = factor de temperatura

$C_{fiabilidad}$ = factor de fiabilidad

S'_e = límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria ($S'_e = 0.5 \cdot S_{ut}$)

El ajuste del límite de resistencia a la fatiga se realiza por medio de varios factores correctores que se explican a continuación.

El factor de modificación de la condición superficial o factor de superficie depende de la calidad del acabado de la superficie y de la resistencia a la tensión. Para determinar expresiones cuantitativas que tuvieran en cuenta los acabados comunes de partes de máquinas (esmerilada, maquinada o estirada en frío, laminada en caliente y forjada), se recopilaban los datos en una gráfica que pueden representarse mediante:

$$C_{sup} = A_{sup} \cdot S_{ut}^{b_{sup}} \quad (2-83)$$

donde S_{ut} = resistencia mínima a la tensión

a y b = valores que se obtienen de la siguiente tabla [5]

Tabla 2.6. Parámetros a y b del factor superficial

Acabado superficial	Factor a		Exponente b
	S_{ut} kpsi	S_{ut} MPa	
Esmerilado	1.34	1.58	-0.085
Maquinado o laminado en frío	2.70	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Como sale de la forja	39.9	272.	-0.995

El factor de tamaño puede expresarse como:

$$C_{tamaño} = 1.189 \cdot d^{(-0.097)} \quad \text{para } 8 < d < 250 \text{ mm} \quad (2-84)$$

$$C_{tamaño} = 1 \quad \text{para } d < 8 \text{ mm} \quad (2-85)$$

En la herramienta desarrollada se supone un diámetro para la primera estimación dentro del rango de la ecuación 2-84.

Cuando se realizan los ensayos de fatiga con carga de flexión, axial y de torsión, los límites de resistencia a la fatiga difieren con S_{ut} . Por tanto, los valores del factor de carga pueden variar entre:

$$C_{carga} = \begin{cases} 1 & \text{flexión} \\ 0.85 & \text{axial} \\ 0.59 & \text{torsión} \end{cases} \quad (2-86)$$

Cuando la torsión está combinada con otros esfuerzos como la flexión, el valor del factor de carga será 1.

Aunque la cantidad de datos disponibles sobre el factor de temperatura es reducida, estos indican que el límite de la resistencia a la fatiga de los aceros se incrementa un poco a medida que la temperatura aumenta y luego disminuye, como queda representado en la siguiente tabla [5].

Tabla 2.7. Efecto de la temperatura en la resistencia del acero

Temperatura, °C	S_T/S_{RT}	Temperatura, °F	S_T/S_{RT}
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.943	700	0.927
400	0.900	800	0.872
450	0.843	900	0.797
500	0.768	1 000	0.698
550	0.672	1 100	0.567
600	0.549		

Como no es conocida la temperatura de operación a la que estará sometido el sistema de engranajes, se decide establecer el valor de dicho factor en la unidad, ya que este puede ser considerado para temperatura menores de 450°C.

Y los factores de confiabilidad de algunas confiabilidades estándar especificadas se proporcionan en la siguiente tabla, tomando como valor por defecto en la herramienta desarrollada en Matlab el correspondiente a un 99% de fiabilidad.

Tabla 2.8. Factores de confiabilidad [5]

Confiabilidad, %	Variación de transformación z_a	Factor de confiabilidad k_a
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

Por tanto, conocidos los valores propios del material, que ha sido introducido o seleccionado por el usuario previamente, y suponiendo un factor de seguridad $n = 2$, se puede implementar el criterio de fallo de la manera que se muestra en la figura 2.86.

```
%Aplicando Goodman y suponiendo n=2, podemos calcular la resistencia a la fatiga
n=2;
Se_prima=0.5*Sut;
Ccarga=1;
Ctam=1.189*d^(-0.097);
Csup=Asup*Sut^(bsup);
Ctemp=1;
Cfiab=0.814;
Se_A=Ccarga*Ctam*Csup*Ctemp*Cfiab*Se_prima;
```

Figura 2.86. Resistencia a la fatiga

Sustituyendo los valores necesarios y despejando el diámetro en la ecuación 2-81, se puede obtener el diámetro inicial estimado de la sección del eje en estudio, tal como sigue.

```
%Diámetro inicial punto A
t1_A_prima=((Se_A*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A*Sut))+sqrt((((Se_A*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A*Sut))^2)-4*(((Sut*sigma_eq_alt_A)^3)/(27*((0.5*Se_A*Sut)^3))))/2;
t2_A_prima=((Se_A*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A*Sut))-sqrt((((Se_A*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A*Sut))^2)-4*(((Sut*sigma_eq_alt_A)^3)/(27*((0.5*Se_A*Sut)^3))))/2;
d_A_prima=nthroot(t1_A_prima,3)+nthroot(t2_A_prima,3);
```

Figura 2.87. Diámetro inicial en el punto A

Como el cálculo del factor de tamaño lleva consigo una estimación del diámetro, una vez obtenido este diámetro inicial, se recalcula dicho factor para el diámetro calculado y se obtiene la resistencia a la fatiga con su correspondiente nuevo diámetro.

```
%Recalcular para el nuevo diámetro
if d_A_prima<8
    Ctam_A=1;
else
    Ctam_A=1.189*d_A_prima^(-0.097);
end
Se_A_nuevo=Ccarga*Ctam_A*Csup*Ctemp*Cfiab*Se_prima;
t1_A=((Se_A_nuevo*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A_nuevo*Sut))+sqrt((((Se_A_nuevo*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A_nuevo*Sut))^2)-4*(((Sut*sigma_eq_alt_A)^3)/(27*((0.5*Se_A_nuevo*Sut)^3))))/2;
t2_A=((Se_A_nuevo*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A_nuevo*Sut))-sqrt((((Se_A_nuevo*sigma_eq_med_A)/(0.5*Se_A_nuevo*Sut))^2)-4*(((Sut*sigma_eq_alt_A)^3)/(27*((0.5*Se_A_nuevo*Sut)^3))))/2;
d_A=nthroot(t1_A,3)+nthroot(t2_A,3);
```

Figura 2.88. Recalcular la resistencia para el nuevo diámetro

Una vez obtenido el diámetro de la sección del eje, se debe elegir el diámetro normalizado que se ajuste a los cálculos de acuerdo con valores de catálogos que se han introducido en la herramienta desarrollada. De modo que, si el valor del diámetro está entre cierto rango, el programa establece el diámetro final normalizado de esa sección del eje como un valor entero.

```
%Elegir el diámetro normalizado que más se ajuste a los cálculos
if d_A<=4
    d_A_final=4;
elseif d_A>4 & d_A<=5
    d_A_final=5;
elseif d_A>5 & d_A<=6
    d_A_final=6;
elseif d_A>6 & d_A<=8
    d_A_final=8;
elseif d_A>8 & d_A<=10
    d_A_final=10;
elseif d_A>10 & d_A<=12
    d_A_final=12;
elseif d_A>12 & d_A<=15
    d_A_final=15;
elseif d_A>15 & d_A<=20
    d_A_final=20;
...
```

Figura 2.89. Seleccionar el diámetro normalizado del punto A

El procedimiento de cálculo para obtener el resto de diámetros de los ejes del sistema de transmisión simple es similar al anterior, donde la única diferencia reside en distinguir los esfuerzos que se producen en cada sección y, en caso de que la sección estudiada corresponda con la posición de un engranaje, comprobar que el diámetro normalizado elegido coincide con el diámetro interior del engranaje que va colocado en dicha sección del eje.

Por tanto, el proceso para la obtención del diámetro del punto medio de los ejes de este tipo de sistema de transmisión simple queda reflejado en la siguiente figura.

```
%PUNTO E1 (punto medio eje 1)//PUNTO E2 (punto medio eje 2)
%Momento flector
sigma_Mf_E=(32*Me)/pi;
sigma_alt_E=KfF*sigma_Mf_E;
%Momento torsor
tau_Mt_E=(16*T*1000)/pi;
tau_med_E=KfT*tau_Mt_E;

%Cálculo de las tensiones equivalentes
sigma_eq_alt_E=sigma_alt_E;
sigma_eq_med_E=sqrt(3)*tau_med_E;

%Resistencia a la fatiga
Se_E=Se_A;

%Diámetro inicial punto E
d_E_prima=nthroot((2*(Sut*sigma_eq_alt_E+Se_E*sigma_eq_med_E))/(Se_E*Sut),3);

%Recalcular para el nuevo diámetro
if d_E_prima<8
    Ctam_E=1;
else
    Ctam_E=1.189*(d_E_prima^(-0.097));
end
Se_E_nuevo=Ccarga*Ctam_E*Csup*Ctemp*Cfiab*Se_prima;

d_E=nthroot((2*(Sut*sigma_eq_alt_E+Se_E_nuevo*sigma_eq_med_E))/(Se_E_nuevo*Sut),3);
```

Figura 2.90. Diámetro calculado para el punto medio E

Con el valor obtenido para el diámetro del punto medio, se elige el diámetro normalizado que más se ajusta a los cálculos del mismo modo que para la sección A del eje analizada anteriormente.

```
%Elegir el diámetro normalizado que más se ajuste a los cálculos
if d_E<=4
    d_E_final=4;
elseif d_E>4 & d_E<=5
    d_E_final=5;
elseif d_E>5 & d_E<=6
    d_E_final=6;
elseif d_E>6 & d_E<=8
    d_E_final=8;
elseif d_E>8 & d_E<=10
    d_E_final=10;
elseif d_E>10 & d_E<=12
    d_E_final=12;
elseif d_E>12 & d_E<=14
    d_E_final=14;
elseif d_E>14 & d_E<=15
    d_E_final=15;
...
```

Figura 2.91. Seleccionar el diámetro normalizado del punto medio

Como se trata de una sección del eje donde se pretende colocar un engranaje, se debe comprobar que el diámetro normalizado elegido concuerda con el diámetro interior del engranaje normalizado que ha sido seleccionado previamente.

```
%Comprobar que el diámetro normalizado coincide con el diámetro interior
%del engranaje de entrada
if m==2 & Conductoras>=12 & Conductoras<=20 & d_E_final<=10
    d_E1_final=10;
elseif m==2 & Conductoras>=21 & Conductoras<=28 & d_E_final<=12
    d_E1_final=12;
elseif m==2 & Conductoras>=29 & Conductoras<=40 & d_E_final<=14
    d_E1_final=14;
elseif m==2 & Conductoras>=41 & Conductoras<=74 & d_E_final<=16
    d_E1_final=16;
elseif m==2 & Conductoras>=75 & Conductoras<=120 & d_E_final<=20
    d_E1_final=20;
elseif m==3 & Conductoras>=12 & Conductoras<=15 & d_E_final<=12
    d_E1_final=12;
elseif m==3 & Conductoras>=16 & Conductoras<=20 & d_E_final<=14
    d_E1_final=14;
elseif m==3 & Conductoras>=21 & Conductoras<=35 & d_E_final<=16
    d_E1_final=16;
elseif m==3 & Conductoras>=36 & Conductoras<=69 & d_E_final<=20
    d_E1_final=20;
...
```

Figura 2.92. Diámetro final del punto E

En caso de que el diámetro del eje sea mayor que el del engranaje, el programa muestra un mensaje con el error detectado y propone una serie de modificaciones que el usuario puede realizar en los datos introducidos al inicio para poder solucionarlo, como son:

- Seleccionar otro material para los ejes.
- Disminuir la dimensión Y de la caja para que los momentos se reduzcan.
- Disminuir la potencia a transmitir para que también disminuyan los esfuerzos.
- Aumentar la velocidad de entrada.

```
else
    f48=msgbox({'El diámetro requerido para el eje es mayor que el diámetro
interior del engranaje de entrada normalizado que ha sido seleccionado.'; ' ';...
    'Pruebe a modificar alguno de los siguientes datos introducidos:';...
    '1. Seleccionar otro material para los ejes.';...
    '2. Disminuir la dimensión Y de la caja.';...
    '3. Disminuir la potencia a transmitir.';...
    '4. Aumentar la velocidad de entrada.'}, 'Error', 'error');
    d_E1_final=d_E_final;
end
```

Figura 2.93. Mensaje de error en diámetro del punto medio

La misma comprobación anterior se debe realizar para el engranaje de salida que se monta en el otro eje de esta transmisión simple, pero en lugar de analizar la variable *Conductoras*, se comprueba con la variable *Conducidas*, que corresponde al número de dientes del engranaje, y se obtiene el diámetro final de la sección como *d_E2_final*.

Por último, se realizan los mismos cálculos anteriores para la otra sección de apoyo del eje, el punto de apoyo B, tal como se muestra a continuación.

```

%PUNTO B (final eje 1)//PUNTO A' (inicio eje 2)
%Cortante
T_B=sqrt((Txy^2)+(Txz^2));
tau_alt_B=(4/3)*((4*T_B)/pi);

%Cálculo de las tensiones equivalentes
sigma_eq_alt_B=sqrt(3)*tau_alt_B;

%Resistencia a la fatiga
Se_B=Se_A;

%Diámetro inicial punto B
d_B_prima=sqrt((2*sigma_eq_alt_B)/Se_B);

%Recalcular para el nuevo diámetro
if d_B_prima<8
    Ctam_B=1;
else
    Ctam_B=1.189*d_B_prima^(-0.097);
end
Se_B_nuevo=Ccarga*Ctam_B*Csup*Ctemp*Cfiab*Se_prima;
d_B=sqrt((2*sigma_eq_alt_B)/Se_B_nuevo);

%Elegir el diámetro normalizado que más se ajuste a los cálculos
if d_B<=4
    d_B_final=4;
elseif d_B>4 & d_B<=5
    d_B_final=5;
elseif d_B>5 & d_B<=6
    d_B_final=6;
elseif d_B>6 & d_B<=8
    d_B_final=8;
elseif d_B>8 & d_B<=10
    d_B_final=10;
elseif d_B>10 & d_B<=12
    d_B_final=12;
elseif d_B>12 & d_B<=15
    d_B_final=15;
elseif d_B>15 & d_B<=20
    d_B_final=20;
...

```

Figura 2.94. Diámetro normalizado del punto B

La forma de mostrar los resultados de los diámetros obtenidos para las diferentes secciones de ambos ejes sigue el mismo patrón. Para el eje de entrada se ha programado el código que se muestra en la siguiente figura.

```

%%Mostrar Resultados Eje de Entrada
%Leer imagen
I2=imread('ejes1.jpg');
%Crear texto
text_str2=cell(14,1);
text_str2{1}='Rodamiento A';
text_str2{2}='Rodamiento B';
text_str2{3}='Engranaje';
text_str2{4}='Chavetero';
text_str2{5}='Anilla elástica';
text_str2{6}=num2str(round((2/3)*Y/2),'%d mm');
text_str2{7}=num2str(round((2/3)*Y/2),'%d mm');
text_str2{8}=num2str(round((2/3)*Y),'%d mm');
text_str2{9}=['d=' num2str(round(d_A_final),'%d mm')];
text_str2{10}=['d=' num2str(round(d_B_final),'%d mm')];
text_str2{11}=['d=' num2str(round(d_El_final),'%d mm')];
text_str2{12}=['d=' num2str(round(d_El_final*1.5),'%d mm')];

```

```

text_str2{13}='ENTRADA';
if mat_eje~=0
    text_str2{14}=['Material: ' mat_eje];
else
    text_str2{14}='Material introducido por el usuario';
end
%Definir la posición y el color de los cuadros de texto
position2=[100 145;390 145;257 160;200 10;340 175;330 200;185 200;260
230;68 45;435 40;345 25;155 26;10 104;100 260];
box_color2={'white','white','white','white','white','white','white','white','white',
'white','white','white','white','white'};
%Insertar el texto
RGB2=insertText(I2,position2,text_str2,'FontSize',10,'Boxcolor',box_color2,'BoxOpaci
ty',0,'TextColor','black');
%Mostrar la imagen
figure
imshow(RGB2)
title('Eje de Entrada');
print('Eje de Entrada','-dpdf','-fillpage');

```

Figura 2.95. Mostrar resultados del eje de entrada

Si, por el contrario, el sistema de engranajes que se desea diseñar está compuesto por más de un par de ruedas, se deben calcular los diámetros de los ejes intermedios necesarios. Para ello, primero se debe establecer la longitud de cada uno de los ejes que forman el sistema de engranajes en función del valor introducido para la dimensión Y (en la dirección de los ejes) de la caja.

Tras analizar y valorar el porcentaje de dicha dimensión que debe ocupar cada uno de los ejes, se decide establecer que, como para el sistema formado por un único par, los ejes intermedios deben tener una dimensión longitudinal igual a dos tercios de la dimensión Y de la caja entre el número total de ejes intermedios. Sin embargo, la longitud de los ejes de entrada y salida tendrán un valor de un tercio de dicha dimensión que, a su vez, dependerá del módulo asignado al engranaje de cada uno. La resolución de estas longitudes se explica en las líneas de código mostradas en la siguiente figura.

```

elseif pares>1
    %Establecer longitud de ejes según la dimensión Y de la caja
    Y_interm=ceil((2/3*Y)/ejes_intermedios);
    Y_simple=[];
    if m(1)>=2 & m(1)<4
        Y_simple(1)=ceil((1/3*Y)/pares);
    elseif m(1)>=4 & m(1)<=6
        Y_simple(1)=ceil((1/3*Y)/(pares-1));
    end
    if m(pares)>=2 & m(pares)<4
        Y_simple(2)=ceil((1/3*Y)/pares);
    elseif m(pares)>=4 & m(pares)<=6
        Y_simple(2)=ceil((1/3*Y)/(pares-1));
    end
end

```

Figura 2.96. Longitudes de los ejes que forman tren de engranajes

Conocidas las longitudes de cada uno de los ejes del tren de engranajes, se puede proceder al cálculo de los diámetros de las diferentes secciones de los ejes. El procedimiento para la obtención de estos diámetros es similar al definido anteriormente para un sistema de transmisión simple. Únicamente difiere en que se añade el cálculo de los diámetros de los ejes intermedios llamando desde el programa principal a la función *CalculaEjes_Intermedios*, la cual se encarga de devolver el valor del diámetro de cada sección del eje intermedio analizado.

```

%Cálculo de diámetros de las diferentes secciones de los ejes
if rem(pares,2)==0
[d_A1_final,d_E1_final,d_B1_final]=CalculaEjes_Simple1(Y_simple(1),Fr(1),Ft(1),T(1),

```

```

m(1),Sut,d,Asup,bsup,Conductoras(1));
[d_A2_final,d_E2_final,d_B2_final]=CalculaEjes_Simple3(Y_simple(2),Fr(pares),Ft(pares),T(ruedas),m(pares),Sut,d,Asup,bsup,Conducidas(pares));
    i_torsor=2;
    for i_ejes=1:ejes_intermedios
[d_C_final(i_ejes),d_G1_final(i_ejes),d_J1_final(i_ejes),d_D_final(i_ejes)]=CalculaEjes_Intermedios(Y_simple(1),Y_interm,Fr,Ft,T,m,Sut,d,Asup,bsup,Conductoras,Conducidas,i_ejes,i_torsor);
        ...
    else
[d_A1_final,d_E1_final,d_B1_final]=CalculaEjes_Simple1(Y_simple(1),Fr(1),Ft(1),T(1),m(1),Sut,d,Asup,bsup,Conductoras(1));
[d_A2_final,d_E2_final,d_B2_final]=CalculaEjes_Simple2(Y_simple(2),Fr(pares),Ft(pares),T(ruedas),m(pares),Sut,d,Asup,bsup,Conducidas(pares));
        i_torsor=2;
        for i_ejes=1:ejes_intermedios
[d_C_final(i_ejes),d_G1_final(i_ejes),d_J1_final(i_ejes),d_D_final(i_ejes)]=CalculaEjes_Intermedios(Y_simple(1),Y_interm,Fr,Ft,T,m,Sut,d,Asup,bsup,Conductoras,Conducidas,i_ejes,i_torsor);
            i_torsor=i_torsor+2;
        ...
    end
end

```

Figura 2.97. Diámetros de los ejes de un tren de engranajes

Al igual que para el sistema de transmisión simple, la función *CalculaEjes_Intermedios* también comienza con el cálculo de los esfuerzos a los que están sometidos dichos ejes. Pero en este caso, las fuerzas y reacciones a tener en cuenta para el cálculo de los esfuerzos en un eje son las representados en la siguiente figura.

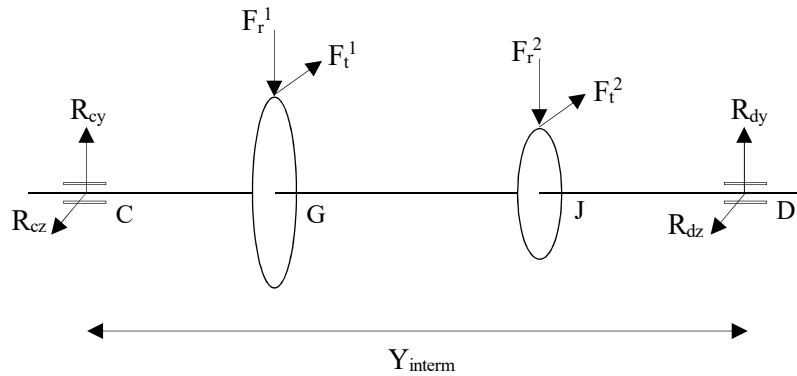


Figura 2.98. Diagrama de sólido libre de un eje intermedio

Si se observa la figura anterior y se analizan los momentos y fuerzas a los que está sometido el eje en ambos planos, plano xy y plano xz , se pueden obtener las siguientes expresiones.

En el plano xy , el momento con respecto al punto C se calcula como:

$$\sum M_C = 0 \quad (2-87)$$

$$R_{dy} \cdot Y_{interm} = F_r^1 \cdot Y_{simple} + F_r^2 \cdot (Y_{interm} - Y_{simple}) \rightarrow R_{dy} \quad (2-88)$$

Y la sumatoria de fuerzas en y permite obtener:

$$\sum F_y = 0 \quad (2-89)$$

$$R_{cy} + R_{dy} = F_r^1 + F_r^2 \rightarrow R_{cy} \quad (2-90)$$

Por otro lado, el momento con respecto al punto C en el plano xz:

$$\sum M_C = 0 \quad (2-91)$$

$$R_{dz} \cdot Y_{interm} = F_t^1 \cdot Y_{simple} + F_t^2 \cdot (Y_{interm} - Y_{simple}) \rightarrow R_{dz} \quad (2-92)$$

Las fuerzas en z son:

$$\sum F_z = 0 \quad (2-93)$$

$$R_{cz} + R_{dz} = F_t^1 + F_t^2 \rightarrow R_{cz} \quad (2-94)$$

Este cálculo de esfuerzos, así como todo el proceso hasta la obtención de los diámetros normalizados de cada sección de los ejes intermedios que forman el tren de engranajes, se implementa en la herramienta desarrollada del mismo modo que para el sistema de transmisión simple por engranajes explicado previamente.

Los resultados de los diámetros obtenidos para las diferentes secciones de los ejes intermedios se muestran siguiendo el código implementado de la siguiente figura.

```
%Mostrar Resultados Ejes Intermedios
%Leer imagen
I6=imread('intermedios.jpg');
%Crear texto
text_str6=cell(16,1);
text_str6{1}='Rodamiento C';
text_str6{2}='Rodamiento D';
text_str6{3}='Engranaje G';
text_str6{4}='Engranaje J';
text_str6{5}='Chavetero';
text_str6{6}='Anilla elástica';
text_str6{7}=num2str(round(Y_simple(1)/2),'%d mm');
text_str6{8}=num2str(round(Y_simple(1)/2),'%d mm');
text_str6{9}=num2str(round(Y_interm),'%d mm');
text_str6{10}=['d=' num2str(round(d_C_final(i_ejes)),'%d mm')];
text_str6{11}=['d=' num2str(round(d_D_final(i_ejes)),'%d mm')];
if d_G1_final>d_J1_final
    text_str6{12}=['d='
num2str(round(d_G1_final(i_ejes)*1.5),'%d mm')];
else
    text_str6{12}=['d='
num2str(round(d_J1_final(i_ejes)*1.5),'%d mm')];
end
text_str6{13}=['d=' num2str(round(d_G1_final(i_ejes)),'%d mm')];
text_str6{14}=['d=' num2str(round(d_J1_final(i_ejes)),'%d mm')];
text_str6{15}=num2str(round(Y_interm-(Y_simple(1)/2)),'%d mm');
if mat_eje~=0
    text_str6{16}=['Material: ' mat_eje];
else
    text_str6{16}='Material introducido por el usuario';
end
%Definir la posición y el color de los cuadros de texto
position6=[40 145;525 145;185 160;385 160;245 10;85 175;470
200;130 200;295 230;45;325 26;105 26;480 26;295 200;80 260];
box_color6={'white','white','white','white','white','white','white','white',
'white','white','white','white','white','white','white'};
%Insertar el texto
RGB6=insertText(I6,position6,text_str6,'FontSize',10,'Boxcolor',box_color6,'BoxOpaci
ty',0,'TextColor','black');
%Mostrar la imagen
figure
```

```

imshow(RGB6)
title(['Eje Intermedio Etapas ', num2str(i_ejes), '-
', num2str(i_ejes+1), '']);

```

Figura 2.99. Mostrar resultados de los ejes intermedios

Cabe mencionar que los resultados correspondientes a los ejes de entrada y salida que constituyen un tren de engranajes se muestran como en la figura 2.95.

2.3.3. Cálculo y selección de rodamientos

Una vez se calculan y diseñan los ejes del sistema de transmisión por engranajes, se procede a realizar los cálculos necesarios para seleccionar los rodamientos de dicho sistema. El proceso de análisis utilizado para obtener los parámetros de los rodamientos que componen el sistema de engranajes es el que muestra a continuación.

- I. Obtener la capacidad de carga dinámica de cada rodamiento.
- II. Calcular el factor de velocidad.
- III. Calcular la carga dinámica equivalente.
- IV. Comprobar el factor de la duración de vida.

Un esquema del procedimiento implementado en la herramienta de cálculo desarrollada en Matlab es el que aparece en el flujograma de la figura 2.100.

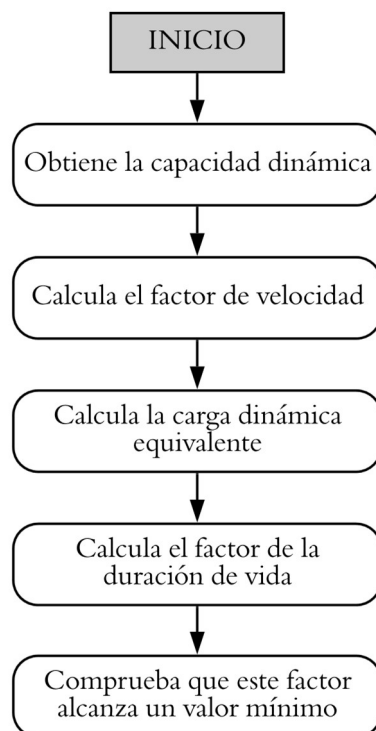


Figura 2.100. Flujograma cálculo de rodamientos

Los rodamientos son capaces de resistir cargas radiales y axiales. Como en la aplicación que nos ocupa, los rodamientos estarán sometidos a cargas radiales, se ha elegido dimensionar estos elementos como rodamientos rígidos de bolas, puesto que tienen buena capacidad para soportar las cargas radiales.

Antes de obtener la capacidad de carga dinámica de cada uno de los rodamientos, se puede asignar un valor permanente para el factor radial y axial de estos rodamientos rígidos de bolas según los valores establecidos en la tabla siguiente [5].

Tabla 2.9. Factores radiales y axiales de rodamientos

F_a/C_0	e	$F_a/(VF_r) \leq e$		$F_a/(VF_r) > e$	
		X_1	Y_1	X_2	Y_2
0.014*	0.19	1.00	0	0.56	2.30
0.021	0.21	1.00	0	0.56	2.15
0.028	0.22	1.00	0	0.56	1.99
0.042	0.24	1.00	0	0.56	1.85
0.056	0.26	1.00	0	0.56	1.71
0.070	0.27	1.00	0	0.56	1.63
0.084	0.28	1.00	0	0.56	1.55
0.110	0.30	1.00	0	0.56	1.45
0.17	0.34	1.00	0	0.56	1.31
0.28	0.38	1.00	0	0.56	1.15
0.42	0.42	1.00	0	0.56	1.04
0.56	0.44	1.00	0	0.56	1.00

Considerando F_a y F_r como las cargas axial y radial, respectivamente, suponiendo un juego normal de rodamiento y sabiendo que la relación de fuerzas será nula porque no hay cargas axiales aplicadas, el valor de X_r es igual a la unidad y Y_r será nulo.

```
%CÁLCULO Y SELECCIÓN DE RODAMIENTOS
%Datos
Xr=1;
Yr=0;
```

Figura 2.101. Factor radial y axial de rodamientos

Para obtener la capacidad dinámica de los rodamientos, el programa principal llama a la función *Calcula_Cdyn* que devuelve el valor de dicha capacidad de carga para el rodamiento analizado.

```
if pares==1
    %Capacidad dinámica del rodamiento A en función del diámetro
    Cdyn_A=Calcula_Cdyn(d_A_final);
    %Capacidad dinámica del rodamiento B en función del diámetro
    Cdyn_B=Calcula_Cdyn(d_B_final);
```

Figura 2.102. Capacidad dinámica de los rodamientos

Como se dispone de los diámetros de eje en las diferentes secciones donde se sitúan los rodamientos, se puede seleccionar las características de los rodamientos buscando en el catálogo dichos diámetros. Por ello, dentro de la función *Calcula_Cdyn* se asigna un valor a la capacidad dinámica según el diámetro de dicha sección del eje, tal como se muestra.

```
function [Cdyn] = Calcula_Cdyn(d_final)
    if d_final==4
        Cdyn=1.29;
    elseif d_final==5
        Cdyn=1.32;
    elseif d_final==6
        Cdyn=2.55;
    elseif d_final==8
        Cdyn=3.25;
```

```
elseif d_final==10
    Cdyn=4.55;
...
```

Figura 2.103. Función Calcula_Cdyn

Por otro lado, el valor del factor de velocidad f_n se calcula mediante la expresión:

$$f_n = \sqrt[p]{\frac{33,33}{\omega}} \quad (2-95)$$

donde $p = 3$ por tratarse de rodamientos de bolas

ω = velocidad angular en rpm

Todos los parámetros necesarios para obtener el valor de dicho factor son conocidos, por lo que las líneas de código donde se implementa el cálculo del factor son las siguientes.

```
%Comprobar factor de duración de vida
fn1=nthroot((33.33/w(1)),3);
fn2=nthroot((33.33/w(2)),3);
```

Figura 2.104. Factor de velocidad

La carga dinámica equivalente P_r se obtiene como:

$$P_r = X_r \cdot F_r + Y_r \cdot F_a \quad (2-96)$$

donde $X_r = 1$

$Y_r = 0$

F_r = carga radial

F_a = carga axial (nula)

Y el factor de la duración de vida o factor dinámico f_L se define según la siguiente ecuación.

$$C_{dyn} = \frac{f_L}{f_n} \cdot P_r \quad \rightarrow \quad f_L = \frac{C_{dyn}}{P_r} \cdot f_n \quad (2-97)$$

donde C_{dyn} = capacidad de carga dinámica

P_r = carga dinámica equivalente

f_n = factor de velocidad

Sustituyendo los valores obtenidos de las ecuaciones 2-95 y 2-96 para el factor de velocidad y la carga dinámica equivalente, respectivamente, en la ecuación anterior, se puede obtener el valor correspondiente del factor de la duración de vida, como se muestra en el ejemplo de la figura siguiente.

```
%PUNTO A (inicio eje de entrada)
TxY=(Fr*((2/3)*Y/2))/((2/3)*Y);
TxZ=(Ft*((2/3)*Y/2))/((2/3)*Y);
```

```

T_A=sqrt((Txy^2)+(Txz^2));
Pr_A=Xr*(T_A/1000);
fl_A=Cdyn_A/Pr_A*fn1;
...

```

Figura 2.105. Factor de la duración de vida del punto A

Finalmente, se debe comprobar que este factor de duración de vida alcanza un valor entre 2 y 3 establecido en la siguiente tabla.

Tabla 2.10. Valores del factor de la duración de vida de los rodamientos

Lugar de aplicación	Valor f_L que debe alcanzarse	Valores usuales de cálculo
Transmisiones de maquinaria en general		
Transmisiones universales	2...3	Potencia nominal; velocidad nominal
Motorreductores	2...3	Potencia nominal; velocidad nominal
Grandes transmisiones estacionarias	3...4,5	Potencia nominal; velocidad nominal

Se establece que el valor del factor de vida que debe alcanzarse debe ser como mínimo 2, pudiendo superar este factor el valor predefinido, lo que significa que el rodamiento aguanta más carga de la que tendrá que soportar.

La implementación de dicha comprobación, así como los parámetros resultantes para cada uno de los rodamientos del sistema de engranajes diseñado se refleja en las siguientes líneas de código para un sistema de transmisión simple.

```

%Mostrar Resultados Rodamientos
if fl_A>=2 & fl_B_prima>=2 & fl_B>=2 & fl_A_prima>=2
    %Leer imagen
    I7=imread('rodamientos1.jpg');
    %Crear texto
    text_str7=cell(5,1);
    %tread_val=[d_A_final,d_B_final];
    text_str7{1}='RODAMIENTOS RÍGIDOS DE BOLAS';
    text_str7{2}=['Rodamiento A: d=' num2str(round(d_A_final),'%d mm
(Eje Entrada)')];
    text_str7{3}=['Rodamiento B: d=' num2str(round(d_B_final),'%d mm
(Eje Entrada)')];
    text_str7{4}=['Rodamiento C: d=' num2str(round(d_B_final),'%d mm
(Eje Salida)')];
    text_str7{5}=['Rodamiento D: d=' num2str(round(d_A_final),'%d mm
(Eje Salida)')];
    %Definir la posición y el color de los cuadros de texto
    position7=[170 30;170 50;170 70;170 90;170 110];
    box_color7={'white','white','white','white','white'};
    %Insertar el texto
    RGB7=insertText(I7,position7,text_str7,'FontSize',12,'Boxcolor',box_color7,'BoxOpaci
ty',0,'TextColor','black');
    %Mostrar la imagen
    figure
    imshow(RGB7)
    title('Rodamientos');
    print('Rodamientos','-dpdf','-fillpage');
else
    f43=msgbox({'No hay rodamientos normalizados para su sistema.';
';...
    'Pruebe a modificar alguno de los siguientes datos
introducidos:';...
    '1. Seleccionar otro material para los rodamientos.';...
    '2. Disminuir la dimensión Y de la caja.';...

```

```

        '3. Disminuir la potencia a transmitir.';...
        '4. Aumentar la velocidad de entrada o salida (la más
pequeña).', 'Error', 'error');
    end

```

Figura 2.106. Mostrar resultados para los rodamientos

Finalmente, al igual que ocurre al mostrar los resultados para los diámetros de los ejes, si no existen rodamientos normalizados para el sistema diseñado, se muestra un mensaje de error donde se propone una serie de modificaciones que el usuario puede realizar en los datos introducidos al inicio para poder solucionar el problema. Estas modificaciones son:

- Seleccionar otro material para los rodamientos.
- Disminuir la dimensión Y de la caja.
- Disminuir la potencia a transmitir.
- Aumentar la velocidad de entrada o salida en función de los valores asignados a cada una de ellas (se recomendando empezar con la de menor valor).

Para los ejes de entrada y salida de trenes de engranajes se realizan los mismos cálculos anteriores, mientras que para los ejes intermedios se siguen los mismos pasos modificando las expresiones definidas para los esfuerzos cortantes a los que están sometidos los puntos donde se colocan los rodamientos.

```

elseif pares>1
    %%Rodamientos Ejes Intermedios
    i_fn=2;
    for i_rod=1:ejes_intermedios
        %Capacidad dinámica del rodamiento C en función del diámetro
        Cdyn_C(i_rod)=Calcula_Cdyn(d_C_final(i_rod));
        %Capacidad dinámica del rodamiento D en función del diámetro
        Cdyn_D(i_rod)=Calcula_Cdyn(d_D_final(i_rod));
        %Comprobar factor de la duración de vida
        fn(i_rod)=nthroot((33.33/w(i_fn)),3);
        i_fn=i_fn+2;
        %PUNTO C (inicio eje intermedio)
        Txy_C(i_rod)=Fr(i_rod)+Fr(i_rod+1)-
        ((Fr(i_rod)*(Y_simple(1)/2)+Fr(i_rod+1)*(Y_interm-(Y_simple(1)/2)))/(Y_interm));
        Txz_C(i_rod)=Ft(i_rod)+Ft(i_rod+1)-
        ((Ft(i_rod)*(Y_simple(1)/2)+Ft(i_rod+1)*(Y_interm-(Y_simple(1)/2)))/(Y_interm));
        T_C(i_rod)=sqrt(((Txy_C(i_rod))^2)+((Txz_C(i_rod))^2));
        Pr_C(i_rod)=Xr*(T_C(i_rod)/1000);
        fl_C(i_rod)=Cdyn_C(i_rod)/Pr_C(i_rod)*fn(i_rod);
        %PUNTO D (final eje intermedio)
        Txy_D(i_rod)=(Fr(i_rod)*(Y_simple(1)/2)+Fr(i_rod+1)*(Y_interm-
        (Y_simple(1)/2)))/(Y_interm);
        Txz_D(i_rod)=(Ft(i_rod)*(Y_simple(1)/2)+Ft(i_rod+1)*(Y_interm-
        (Y_simple(1)/2)))/(Y_interm);
        T_D(i_rod)=sqrt(((Txy_D(i_rod))^2)+((Txz_D(i_rod))^2));
        Pr_D(i_rod)=Xr*(T_D(i_rod)/1000);
        fl_D(i_rod)=Cdyn_D(i_rod)/Pr_D(i_rod)*fn(i_rod);
    end

```

Figura 2.107. Factor de duración de vida para ejes intermedios

Finalmente, se muestran los resultados de cada uno de los rodamientos que se deben colocar en los ejes del tren de engranajes siguiendo la misma implementación que para los rodamientos del sistema de transmisión simple.

2.3.4. Cálculo y selección de chavetas

Los últimos elementos mecánicos que se dimensionan para obtener el sistema de transmisión por engranajes completo son las chavetas. Para la selección de las mismas se deben realizar una serie de cálculos y

comprobaciones siguiendo el proceso descrito en el flujograma de la figura 2.108 y que se explica a continuación.

- I. Calcular la longitud mínima del chavetero en función de la tensión de cizalladura del material elegido.
- II. Obtener los parámetros de diseño de la chaveta normalizada según el diámetro del eje y la longitud mínima anterior.
- III. Calcular las tensiones de aplastamiento a la que está sometida cada chaveta.
- IV. Comprobar que las chavetas soportan las tensiones de aplastamiento y mostrar los resultados.

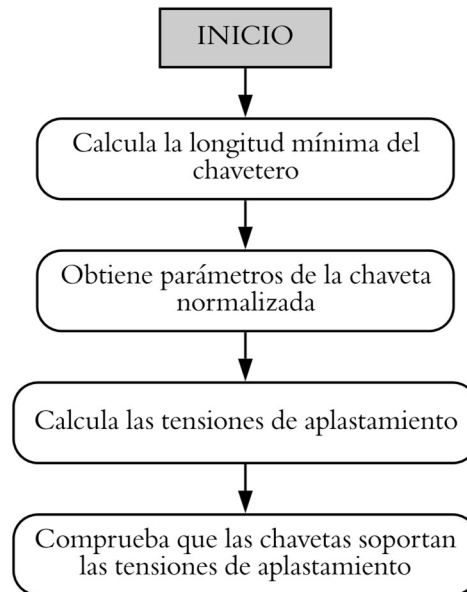


Figura 2.108. Flujograma cálculo de chavetas

Para el cálculo de las chavetas se tienen en cuenta las tensiones a las que está sometida, tensiones por aplastamiento y de cizalladura. En primer lugar, es necesario hallar la longitud mínima que debe tener el chavetero en función de la tensión de cizalladura. Las expresiones que definen ambos términos y la relación entre ellos se detallan a continuación.

$$\tau = \frac{F}{L \cdot b} < \frac{C_y}{n} \quad (2-98)$$

siendo F = esfuerzo en el chavetero (N)

L = longitud mínima del chavetero (mm)

b = ancho de cara del diente (mm)

C_y = tensión de cizalladura (MPa)

n = factor de seguridad

Donde C_y y el esfuerzo F se obtienen como:

$$C_y = \frac{S_y}{2} \quad y \quad F = \frac{2T}{d} \quad (2-99)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2-99 en la expresión principal 2-98 y despejando la longitud mínima requerida para los siguientes cálculos, se obtiene:

$$L > \frac{4 \cdot T \cdot n}{d \cdot b \cdot S_y} \quad (2-100)$$

siendo T = par de torsión (N·mm)

d = diámetro del eje donde se coloca el chavetero (mm)

S_y = resistencia de fluencia (MPa)

En la herramienta desarrollada en Matlab se implementa directamente la expresión 2-100 que obtiene la longitud mínima del chavetero. La siguiente figura recoge este cálculo para un sistema de transmisión simple.

```
%CÁLCULO Y SELECCIÓN DE CHAVETAS
if pares==1
    %Longitud mínima del chavetero en función de la tensión de cizalladura
    n=2;
    L_1=(4*(T(2)*1000)*n)/(d_E1_final*b*Sy);
    L_2=(4*(T(2)*1000)*n)/(d_E2_final*b*Sy);
```

Figura 2.109. Longitud mínima del chavetero

Con este valor estimado de la longitud del chavetero, se pueden establecer los parámetros de la chaveta normalizada que mejor se ajusten a dicha longitud y al diámetro del eje. Este paso se implementa en el programa con la función *Calcula_Chavetas*, función que se llama desde el programa principal y que devuelve los valores asignados a la longitud, ancho y espesor de la chaveta estudiada.

```
%Chaveta normalizada según diámetro del eje y la longitud mínima
%para el engranaje de entrada
[L_1_final,b_1_final,w_1,chavetas_1]=Calcula_Chavetas(d_E1_final,L_1);
%Chaveta normalizada según diámetro del eje y la longitud mínima
%para el engranaje de salida
[L_2_final,b_2_final,w_2,chavetas_2]=Calcula_Chavetas(d_E2_final,L_2);
```

Figura 2.110. Parámetros de las chavetas normalizadas

Como se dispone de los diámetros de eje en la sección donde se sitúan los chaveteros y las longitudes mínimas de los mismos, se puede seleccionar las características de los mismos buscando en catálogos ambos parámetros. Dentro de la función *Calcula_Chavetas* se asigna un valor a la longitud, ancho y espesor de la chaveta según el diámetro del eje y la longitud mínima, tal como se muestra.

```
function [L_final,b_final,w,chavetas] = Calcula_Chavetas(d_E_final,L)
if d_E_final>=6 & d_E_final<8 & L<6
    L_final=6;
    b_final=2;
    w=2;
    chavetas=1;
elseif d_E_final>=6 & d_E_final<8 & L>=6 & L<8
    L_final=8;
    b_final=2;
    w=2;
    chavetas=1;
elseif d_E_final>=6 & d_E_final<8 & L>=8 & L<10
    L_final=10;
    b_final=2;
```



```

w=2;
chavetas=1;
...
else
    f52=msgbox({'No hay chavetas normalizadas para su sistema. ';' ';...
        'Pruebe a modificar alguno de los siguientes datos introducidos:';...
        '1. Seleccionar otro material para las chavetas. ';...
        '2. Disminuir la dimensión Y de la caja. ';...
        '3. Disminuir la potencia a transmitir. ';...
        '4. Aumentar la velocidad de entrada o salida (la más
pequeña).'}, 'Error', 'error');
    chavetas=0;
end
end
end

```

Figura 2.111. Función *Calcula_Chavetas*

Al igual que ocurre con los ejes y rodamientos dimensionados en apartados anteriores, si no existen chavetas normalizadas que se correspondan con el sistema de engranajes diseñado, aparece un mensaje de error que propone una serie de modificaciones en los datos introducidos por el usuario. Estas recomendaciones para solucionar el problema son:

- Seleccionar otro material para las chavetas.
- Disminuir la dimensión Y de la caja.
- Disminuir la potencia a transmitir.
- Aumentar la velocidad de entrada o salida en función de los valores asignados a cada una de ellas (se recomendando empezar con la de menor valor).

Llegados a este punto, se pueden calcular las tensiones de aplastamiento que deben soportar las diferentes chavetas elegidas. Estas tensiones vienen definidas por la expresión 2-101.

$$\sigma_{aplast} = \frac{F}{h_1 \cdot L} = \frac{2T}{d \cdot h_1 \cdot L} \quad (2-101)$$

donde $h_1 = \frac{w}{2}$, la mitad del espesor de la chaveta (mm).

Y para realizar la comprobación de que las chavetas elegidas soportan las tensiones por aplastamiento, la expresión anterior debe compararse con la resistencia a la fluencia del material.

$$\sigma_{aplast} = \frac{F}{h_1 \cdot L} = \frac{2T}{d \cdot h_1 \cdot L} < \frac{S_y}{n} \quad (2-102)$$

Por tanto, si existen chavetas normalizadas para el sistema de engranajes diseñado, se pueden obtener las tensiones de aplastamiento y comprobar que las chavetas soportan o no dichas tensiones previamente calculadas. El procedimiento implementado para ello se adjunta en la siguiente figura.

```

%Comprobar que las chavetas soportan las tensiones de aplastamiento
if chavetas_1~=0 & chavetas_2~=0
    sigma_aplast_1=(2*(T(2)*1000))/(d_E1_final*(w_1/2)*L_1_final);
    sigma_aplast_2=(2*(T(2)*1000))/(d_E2_final*(w_2/2)*L_2_final);
    if (sigma_aplast_1<(Sy/n)) & (sigma_aplast_2<(Sy/n))
        %Mostrar Resultados Chavetas
        %Leer imagen
        I9=imread('chavetas1.jpg');
        %Crear texto
        text_str9=cell(4,1);
        if mat_chaveta~=0
            text_str9{1}=['Material: ' mat_chaveta];

```

```

else
    text_str9{1}='Material introducido por el usuario';
end
text_str9{2}='CHAVETAS DIN 6885';
text_str9{3}=[ 'Chaveta DIN 6885-' num2str(b_1_final,'%d') '-'
num2str(w_1,'%d') '-' num2str(L_1_final,'%d (Etapa 1)')];
text_str9{4}=[ 'Chaveta DIN 6885-' num2str(b_2_final,'%d') '-'
num2str(w_2,'%d') '-' num2str(L_2_final,'%d (Etapa 2)')];
%Definir la posición y el color de los cuadros de texto
position9=[180 100;180 35;180 55;180 75];
box_color9={'white','white','white','white'};
%Insertar el texto

RGB9=insertText(I9,position9,text_str9,'FontSize',12,'Boxcolor',box_color9,'BoxOpaci
ty',0,'TextColor','black');
%Mostrar la imagen
figure
imshow(RGB9)
title('Chavetas');
print('Chavetas','-dpdf','-fillpage');
else
    f46=msgbox('El material elegido para las chavetas NO es válido.
Pruebe a introducir otro material.','Error','error');
end
end
end

```

Figura 2.112. Comprobación de tensiones de aplastamiento y resultados para las chavetas

Como se observa en la figura 2.112, si se cumple la expresión 2-102 y las chavetas soportan las tensiones por aplastamiento, el programa muestra los resultados de cada una de las chavetas que forman el sistema de transmisión. Pero, en caso de que no cumplan, aparece un mensaje indicando que el material elegido para las chavetas no es válido y, por tanto, puede probar a introducir otro material capaz de soportar dichas tensiones.

Hasta ahora, la implementación mostrada es para un sistema de transmisión simple por engranajes. No obstante, si el sistema que se pretende diseñar es un tren de engranajes, el procedimiento de selección de las chavetas de los ejes de entrada y salida es igual que para el sistema de transmisión simple anterior. Pero a este proceso de selección se le añade la obtención de las características de las chavetas para los ejes intermedios, cuyo análisis se basa en los mismos pasos descritos en el flujograma de la figura 2.108 de este apartado. Este procedimiento se ha implementado en la herramienta de cálculo desarrollada como aparece reflejado en la siguiente figura.

```

%%Chavetas Ejes Intermedios
i_torsor=2;
for i_chaveta=1:ejes_intermedios
    %Longitud mínima del chavetero en función de la tensión de
    cizalladura
    n=2;
    L_1(i_chaveta)=(4*(T(i_torsor)*1000)*n)/(d_G1_final(i_chaveta)*b(i_chaveta)*Sy);
    L_2(i_chaveta)=(4*(T(i_torsor)*1000)*n)/(d_J1_final(i_chaveta)*b(i_chaveta+1)*Sy);
    %Chaveta normalizada según diámetro del eje y la longitud mínima
    %para el engranaje de entrada del eje intermedio
    [L_1_final(i_chaveta),b_1_final(i_chaveta),w_1(i_chaveta),chavetas_1(i_chaveta)]=Cal
cula_Chavetas(d_G1_final(i_chaveta),L_1(i_chaveta));
    %Chaveta normalizada según diámetro del eje y la longitud mínima
    %para el engranaje de salida del eje intermedio
    [L_2_final(i_chaveta),b_2_final(i_chaveta),w_2(i_chaveta),chavetas_2(i_chaveta)]=Cal
cula_Chavetas(d_J1_final(i_chaveta),L_2(i_chaveta));
    %Tensiones de aplastamiento
    if chavetas_1(i_chaveta)~=0 & chavetas_2(i_chaveta)~=0
        sigma_aplast_1(i_chaveta)=(2*(T(i_torsor)*1000))/(d_G1_final(i_chaveta)*(w_1(i_chave
ta)/2)*L_1_final(i_chaveta));
        sigma_aplast_2(i_chaveta)=(2*(T(i_torsor)*1000))/(d_J1_final(i_chaveta)*(w_2(i_chave
ta)/2)*L_2_final(i_chaveta));
    end
    i_torsor=i_torsor+2;
end
end

```

```

%Comprobar que las chavetas soportan las tensiones de aplastamiento
if chavetas_1~=0 & chavetas_2~=0
    if (sigma_aplast_1<(Sy/n)) & (sigma_aplast_2<(Sy/n))
        if ejes_intermedios==1
            %Mostrar Resultados Chavetas Ejes Intermedios
            %Leer imagen
            I10=imread('chavetas1.jpg');
            %Crear texto
            text_str10=cell(4,1);
            if mat_chaveta~=0
                text_str10{1}=['Material: ' mat_chaveta];
            else
                text_str10{1}='Material introducido por el usuario';
            end
            text_str10{2}='CHAVETAS DIN 6885';
            text_str10{3}=['Chaveta DIN 6885-'
num2str(b_1_final(1),'%d') '-' num2str(w_1(1),'%d') '-' num2str(L_1_final(1),'%d (G
Etapa 1)')];
            text_str10{4}=['Chaveta DIN 6885-'
num2str(b_2_final(1),'%d') '-' num2str(w_2(1),'%d') '-' num2str(L_2_final(1),'%d (J
Etapa 2)')];
            %Definir la posición y el color de los cuadros de texto
            position10=[180 95;180 30;180 50;180 70];
            box_color10={'white','white','white','white'};
            %Insertar el texto
            RGB10=insertText(I10,position10,text_str10,'FontSize',12,'Boxcolor',box_color10,'Box
Opacity',0,'TextColor','black');
            %Mostrar la imagen
            figure
            imshow(RGB10)
            title('Chavetas Ejes Intermedios');
            print('Chavetas Ejes Intermedios','-dpdf','-fillpage');
        else
            f48=msgbox('El material elegido para las chavetas de los ejes
intermedios NO es válido. Pruebe a introducir otro material.', 'Error','error');
        end
    end
end

```

Figura 2.113. Cálculos y selección de las chavetas de los ejes intermedios

Con estas últimas líneas de código finaliza el análisis, dimensionado y verificación de todos los componentes mecánicos que constituyen los sistemas de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos implementado en la herramienta desarrollada en Matlab.

3 EJEMPLOS RESUELTOS

En este capítulo se procede a la resolución de varios ejemplos mediante la herramienta desarrollada en Matlab y se muestran los resultados de diseño de cada uno de los elementos que forman el sistema de transmisión deseado a partir de unas especificaciones técnicas establecidas.

3.1 Caja reductora de engranajes 1

Se desea diseñar una reductora con una relación de transmisión 0,6 para transmitir una potencia de 1 kW. Las principales especificaciones técnicas que debe cumplir el diseño de esta caja reductora de engranajes son:

- Potencia a transmitir: 1 kW
- Relación de transmisión: 0,6
- Velocidad de entrada: 1000 rpm
- Distancia entre ejes: 100 mm

Estas especificaciones técnicas de diseño para el sistema de transmisión deseado, junto con otros datos mínimos de diseño necesarios, deben ser introducidos por el usuario en la herramienta de cálculo desarrollada. Los datos mínimos de diseño son:

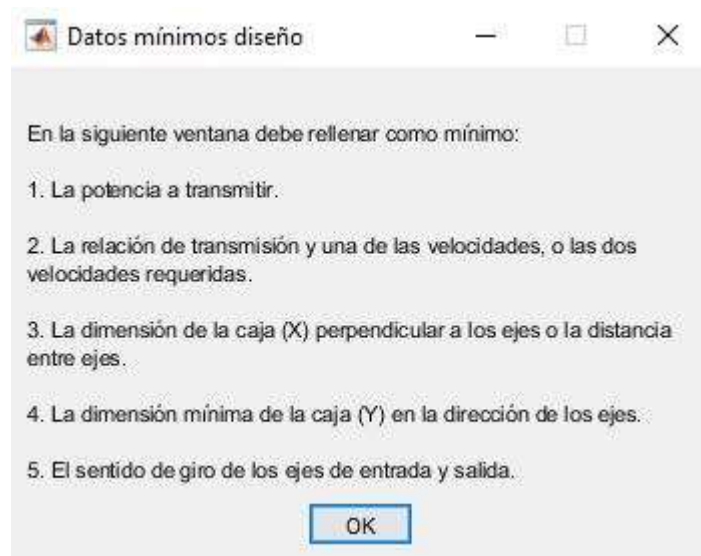


Figura 3.1. Datos mínimos de diseño

Por tanto, los primeros datos a rellenar son la potencia, la relación de transmisión, la velocidad de entrada, la distancia entre ejes, el sentido de giro de los ejes de entrada y salida, y la dimensión de la caja en la dirección de los ejes.

$$H = 1 \text{ kW} \quad (3-1)$$

$$k = 0,6 \quad (3-2)$$

$$\omega_e = 1000 \text{ rpm} \quad (3-3)$$

$$DC = 100 \text{ mm} \quad (3-4)$$

$$\text{giro} = 1 \quad (3-5)$$

$$Y = 150 \text{ mm} \quad (3-6)$$

Todos estos parámetros aparecen en el siguiente cuadro de diálogo de la herramienta desarrollada.

Especificaciones del diseño

Potencia a transmitir (kW):
1

Relación de transmisión:
0.6

Velocidad de entrada (rpm):
1000

Velocidad de salida (rpm):

Sentido de giro de los ejes de entrada y salida [Mismo sentido=0; Sentido contrario=1]:
1

Dimensión de la caja (X) perpendicular a los ejes (mm):

Dimensión de la caja (Y) en la dirección de los ejes (mm):
150

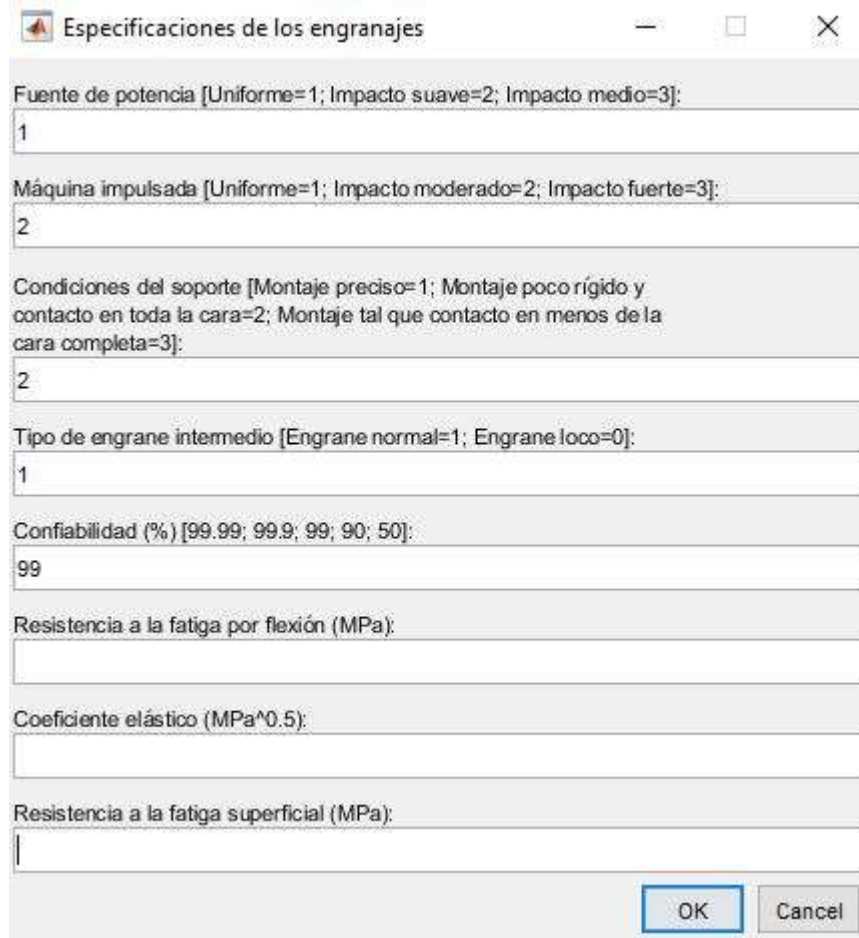
Altura máxima (Z) de la caja (mm):

Distancia entre ejes (mm):
100

OK Cancel

Figura 3.2. Especificaciones técnicas de la caja reductora

Se han introducido en la ventana que se muestra en la figura 3.3 las especificaciones técnicas establecidas para los engranajes.



Especificaciones de los engranajes

Fuente de potencia [Uniforme=1; Impacto suave=2; Impacto medio=3]:
1

Máquina impulsada [Uniforme=1; Impacto moderado=2; Impacto fuerte=3]:
2

Condiciones del soporte [Montaje preciso=1; Montaje poco rígido y contacto en toda la cara=2; Montaje tal que contacto en menos de la cara completa=3]:
2

Tipo de engrane intermedio [Engrane normal=1; Engrane loco=0]:
1

Confiabilidad (%) [99.99; 99.9; 99; 90; 50]:
99

Resistencia a la fatiga por flexión (MPa):

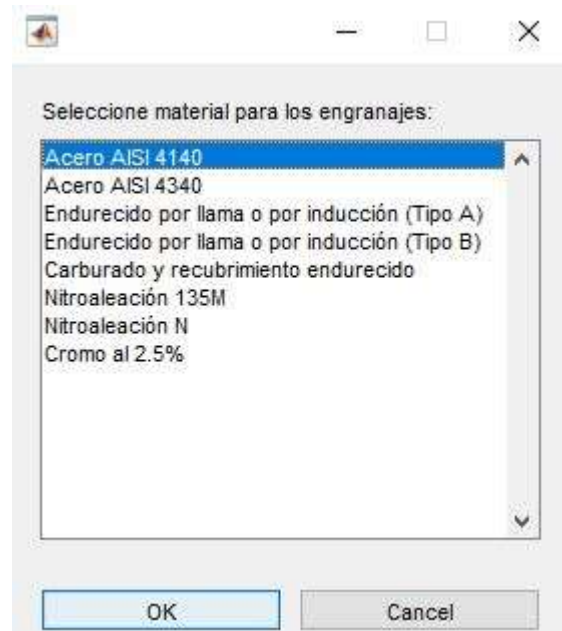
Coefficiente elástico (MPa^{0.5}):

Resistencia a la fatiga superficial (MPa):

OK Cancel

Figura 3.3. Especificaciones de diseño para los engranajes

Como no se ha elegido un material previamente, los tres últimos parámetros del cuadro de diálogo anterior no se han rellenado. Por tanto, se debe elegir un material dentro de los que ofrece el programa.



Seleccione material para los engranajes:

- Acero AISI 4140
- Acero AISI 4340
- Endurecido por llama o por inducción (Tipo A)
- Endurecido por llama o por inducción (Tipo B)
- Carburado y recubrimiento endurecido
- Nitroaleación 135M
- Nitroaleación N
- Cromo al 2.5%

OK Cancel

Figura 3.4. Material elegido para los engranajes

En este caso se elige el acero AISI 4140 de la siguiente lista que tiene como valores de resistencia a la fatiga por flexión, de coeficiente elástico y de resistencia a la fatiga superficial los que se detallan a continuación.

$$S_{fb} = 310 \text{ MPa} \quad (3-7)$$

$$C_p = 191 \sqrt{\text{MPa}} \quad (3-8)$$

$$S_{fc} = 1250 \text{ MPa} \quad (3-9)$$

En cuanto a las especificaciones de los ejes, únicamente hay que seleccionar el material de los mismos, bien introduciendo las resistencias requeridas si conoce el material previamente, o bien seleccionando un material de la siguiente lista, como es este caso.

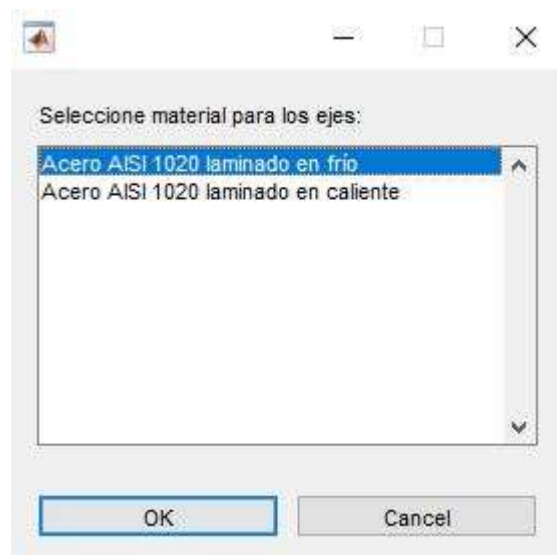


Figura 3.5. Material seleccionado para los ejes

Se decide que el material de los ejes sea el acero AISI 1020 laminado en frío cuyas resistencias a la rotura y de fluencia, así como las características del tipo de laminado son:

$$S_{ut} = 420 \text{ MPa} \quad (3-10)$$

$$S_{yt} = 350 \text{ MPa} \quad (3-11)$$

$$A_{sup} = 4,51 \quad (3-12)$$

$$b_{sup} = -0,265 \quad (3-13)$$

Para los rodamientos de la transmisión no se exigen especificaciones técnicas concretas. Sin embargo, en el caso de las chavetas, se precisa conocer el material deseado para su diseño. Si se conoce la resistencia de fluencia del material elegido se puede introducir dicho valor directamente, en caso contrario se elige un material de los que aparece en la lista.

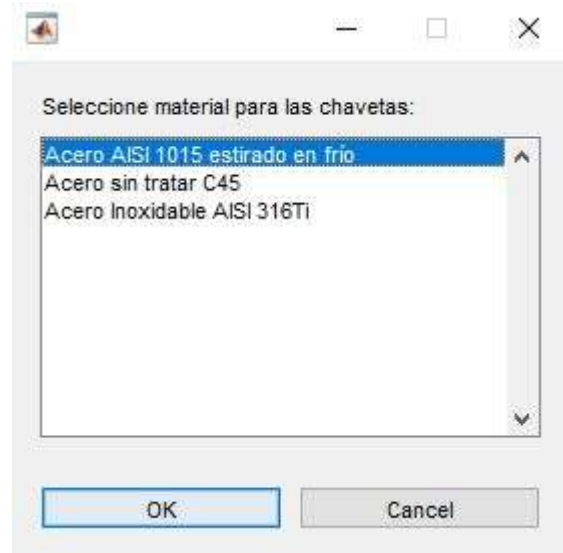


Figura 3.6. Material elegido para las chavetas

Se elige el acero AISI 1015 estirado en frío utilizado para este ejemplo cuya resistencia a la fluencia es la siguiente.

$$S_y = 325 \text{ MPa} \quad (3-14)$$

Cuando se han introducido todos los parámetros requeridos por el programa, el mismo comienza a realizar el dimensionado y análisis de cada elemento mecánico del sistema. Los pasos seguidos para la resolución de este ejemplo se demuestran a continuación.

3.1.1. Cálculo y diseño de engranajes

Se comienza calculando la velocidad de salida, ya que se dispone de la velocidad de entrada y la relación de transmisión.

$$k = \frac{\omega_s}{\omega_e} \rightarrow \omega_s = k \cdot \omega_e = 0,6 \cdot 1000 = 600 \text{ rpm} \quad (3-15)$$

Siendo la relación de transmisión máxima un valor predefinido que se establece en 5, el número de pares de ruedas necesarios es:

$$pares \geq \left\lceil \frac{\log k}{\log k_{max}} \right\rceil = \left\lceil \frac{\log 0,6}{\log 5} \right\rceil = 0,317 \rightarrow pares = 1 \quad (3-16)$$

Por tanto, se trata de un sistema de transmisión simple. El sentido de giro de los ejes de entrada y salida para un sistema de transmisión simple debe ser contrario para poder realizar el diseño y cálculo de engranajes con las expresiones establecidas en el capítulo anterior. En este caso, la ecuación 3-5 asigna a la variable giro el valor unidad que corresponde con un sentido de giro contrario, por lo que se puede seguir con el diseño.

Al ser el número de pares igual a la unidad, se debe elegir el caso a ejecutar según las especificaciones introducidas. Se ejecuta el segundo caso, puesto que se ha introducido el valor de la distancia entre ejes.

Con las relaciones geométricas que se obtienen a partir de las ecuaciones 2-29 y 2-30 de apartados anteriores, se pueden calcular los diámetros de paso de ambos engranajes.

Primero se realiza un cambio de unidades a la distancia entre ejes para tener el valor en pulgadas. Para ello, se dividen los 100 mm entre 25,4 mm que equivale a una pulgada.

$$DC = \frac{100}{25,4} = 3,937'' \quad (3-17)$$

A continuación, se obtienen los diámetros de paso tanto del piñón como del engranaje.

$$d_{p2} = \frac{DC \cdot 2}{(k + 1)} = \frac{3,937 \cdot 2}{(0,6 + 1)} = 4,921'' = 125 \text{ mm} \rightarrow r_{p2} = 62,5 \text{ mm} \quad (3-18)$$

$$d_{p1} = d_{p2} \cdot k = 4,912 \cdot 0,6 = 2,952'' = 75 \text{ mm} \rightarrow r_{p1} = 37,5 \text{ mm} \quad (3-19)$$

Se comprueba que la suma de ambos diámetros es aproximadamente la distancia entre ejes dada.

$$\frac{d_{p1} + d_{p2}}{2} = \frac{125 + 75}{2} = 100 \text{ mm} \cong DC = 100 \text{ mm} \quad (3-20)$$

Suponiendo un módulo $m = 2 \text{ mm}$, se calcula el número de dientes de ambas ruedas como:

$$m = \frac{d_{p1}}{N_1} \rightarrow N_1 = \frac{d_{p1}}{m} = \frac{75}{2} = 37,5 \rightarrow N_1 = 38 \text{ dientes} \quad (3-21)$$

$$N_2 = \frac{d_{p2}}{m} = \frac{125}{2} = 62,5 \rightarrow N_2 = 63 \text{ dientes} \quad (3-22)$$

Las velocidades angulares de entrada y salida son conocidas y la relación de transmisión es única. Suponiendo un ángulo de presión de 20° , se debe comprobar que el coeficiente de recubrimiento es mayor que la unidad.

Esta comprobación se realiza de acuerdo con las ecuaciones 2-26 y 2-27, descritas en el segundo capítulo, que relaciona el arco de conducción y el paso, ambos medidos en la circunferencia de base. Para ello, es necesario obtener previamente los diámetros y radios de cabeza y de base de ambos engranajes.

Los radios base se calculan:

$$r_{b1} = r_{p1} \cdot \cos \varphi = 37,5 \cdot \cos 20^\circ = 35,2385 \text{ mm} \quad (3-23)$$

$$r_{b2} = r_{p2} \cdot \cos \varphi = 62,5 \cdot \cos 20^\circ = 58,7308 \text{ mm} \quad (3-24)$$

Y los radios de cabeza se obtienen como:

$$r_{c1} = r_{p1} + m = 37,5 + 2 = 39,5 \text{ mm} \quad (3-25)$$

$$r_{c2} = r_{p2} + m = 62,5 + 2 = 64,5 \text{ mm} \quad (3-26)$$

El paso base viene definido por:

$$p_{b1} = \frac{2\pi \cdot r_{b1}}{N_1} = \frac{2\pi \cdot 35,2385}{38} = 5,9043 \text{ mm/diente} \quad (3-27)$$

$$p_{b2} = \frac{2\pi \cdot r_{b2}}{N_2} = \frac{2\pi \cdot 58,7308}{63} = 5,9043 \text{ mm/diente} \quad (3-28)$$

Finalmente, el coeficiente de recubrimiento del par de engranajes es:

$$C_B = \sqrt{(39,5)^2 - (35,238)^2} - 35,238 \cdot \tan 20^\circ + \sqrt{(64,5)^2 - (58,73)^2} - 58,73 \cdot \tan 20^\circ = \quad (3-29)$$

$$= 10,3081 \text{ mm}$$

$$\varepsilon = \frac{C_B}{p_b} = \frac{10,3081}{5,9043} = 1,7459 > 1 \quad (3-30)$$

Por tanto, al ser el coeficiente de recubrimiento mayor que la unidad, el ángulo de presión se mantiene en 20° .

Para realizar el análisis de fuerzas es preciso conocer el par de torsión del par de engranajes. Ese valor se obtiene según la ecuación 2-34 tal como sigue.

$$T = \frac{30 \cdot H}{\pi \cdot \omega_s} = \frac{30 \cdot 1000}{\pi \cdot 600} = 15,9155 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3-31)$$

De manera que, las fuerzas tangencial y radial se obtienen de las ecuaciones 2-38 y 2-39, tal como se muestra.

$$F_t = \frac{T}{r_{p2}} = \frac{15,9155}{\frac{62,5}{1000}} = 254,6479 \text{ N} \quad (3-32)$$

$$F_r = F_t \cdot \tan \varphi = 254,648 \cdot \tan 20^\circ = 92,6843 \text{ N} \quad (3-33)$$

En cuanto a los análisis de tensiones de los engranajes, se realizan dos análisis, fractura del diente y fatiga superficial del diente, ambos para uno de los dos engranajes de la pareja porque se ha supuesto que dichos engranajes tendrán el mismo ancho de cara del diente y el mismo material.

3.1.1.1. Análisis de fractura del diente

El primer análisis corresponde con el de fractura del diente. Para este análisis se utiliza el método AGMA, cuya expresión para la obtención de la tensión en la raíz del diente quedó definida en la ecuación 2-51 del segundo capítulo del presente trabajo. Los valores de los factores que definen esta expresión se definen a continuación.

El primer factor que se define es el factor dinámico o factor de velocidad K_v cuya ecuación corresponde con la 2-48 para un perfil generado con fresa madre o cepillo. Para el cálculo de este factor solo es necesario calcular previamente la velocidad en metros por segundo de cada eje, valor que debe ser sustituido en la ecuación 2-48.

$$v = \omega \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot r_p = 1000 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{37,5}{1000} = 3,9270 \quad (3-34)$$

$$K_v = \frac{3,56 + \sqrt{v}}{3,56} = \frac{3,56 + \sqrt{3,9270}}{3,56} = 1,5566 \quad (3-35)$$

El factor de sobrecarga K_o se asigna a través de los valores introducidos por el usuario para la fuente de potencia ($FP = 1$) y la máquina impulsada ($MI = 2$) en las especificaciones de los engranajes, siendo dicho valor $K_o = 1,25$ de acuerdo con la siguiente tabla.

Tabla 3.1. Factores de sobrecarga K_o

Fuente de potencia	Máquina impulsada		
	Uniforme	Impacto moderado	Impacto pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Impacto ligero	1.25	1.50	2.00
Impacto medio	1.50	1.75	2.25

La AGMA no ha establecido aún estándares para los factores del tamaño, pero recomienda establecer el valor de K_s en la unidad, a menos que el diseñador quiera elevar su valor para considerar situaciones específicas, como dientes muy largos, por ejemplo. Por tanto, se decide que el factor de corrección por tamaño tiene el valor $K_s = 1,00$.

El siguiente factor estudiado es K_m , el factor de corrección por distribución de la carga, que queda definido por la siguiente tabla.

Tabla 3.2. Factores de corrección por distribución de carga K_m

Condiciones del soporte	Ancho de cara (mm)				
	0 a 50	50 a 200	200 a 350	350 a 500	>500
Montaje preciso, rodamientos con poco juego, mínima deformación, engranajes de precisión	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8
Montaje poco rígido, engranajes de poca precisión, contacto en toda la cara	1.6	1.7	1.8	2.0	2.2
Exactitud y montaje tal que el contacto existe en menos de la cara completa			2.2 o mayor		

Conocido el parámetro de las condiciones del soporte, que ha sido introducido por el usuario al comienzo del programa, y con un valor aproximado del ancho de cada del diente obtenido mediante $b = 9 \cdot m = 9 \cdot 2 = 18 \text{ mm}$, se puede aproximar el factor $K_m = 1,6$.

El siguiente paso consiste en obtener el valor apropiado del factor geométrico de resistencia a la flexión J . La figura 3.7 se utiliza para obtener el factor geométrico J en engranajes rectos [5].

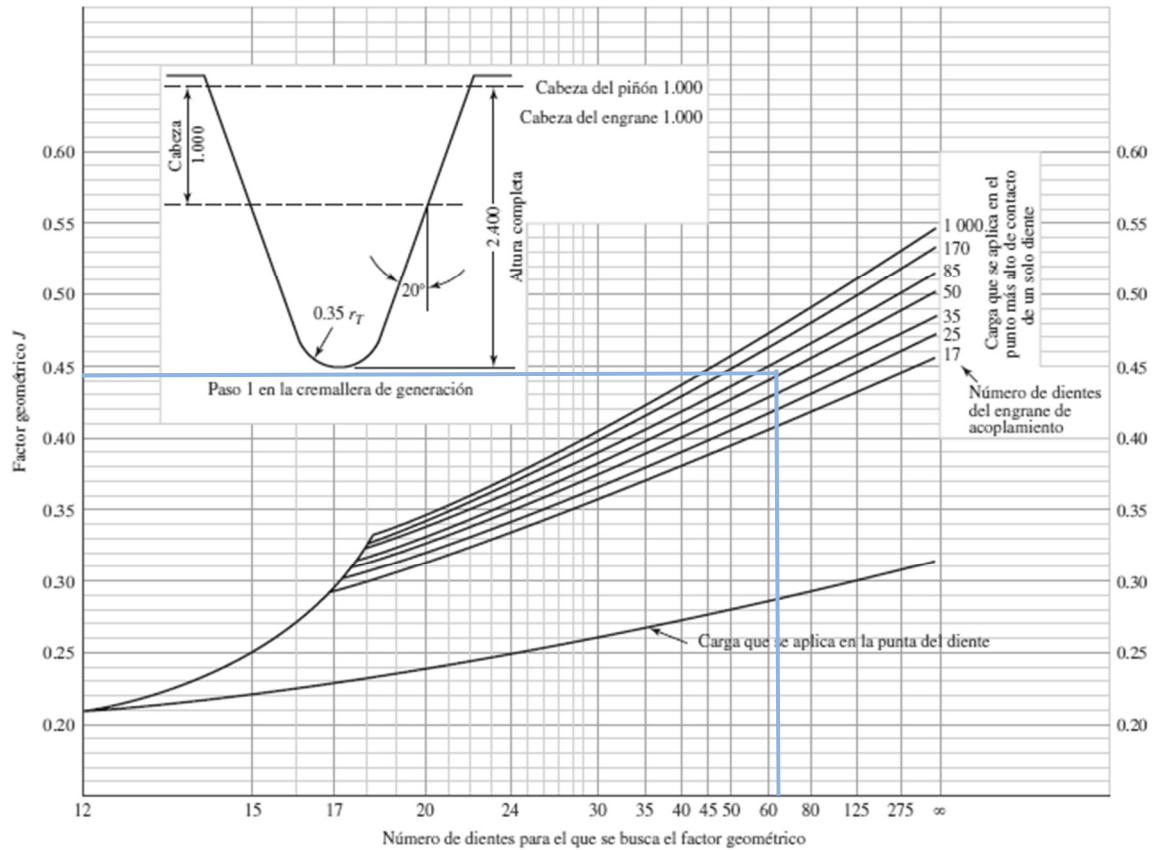


Figura 3.7. Factores geométricos en engranajes rectos

Conocidos los números de dientes de ambos engranajes, se puede entrar en la gráfica y se obtiene un factor $J = 0,44$.

El factor K_I se iguala a 1,42 para un engrane loco, o bien, a 1,0 para un engrane normal. Tal como se introdujo en la ventana de las especificaciones de diseño, al ser un engrane normal, el factor $K_m = 1,0$.

El siguiente factor definido es el factor de espesor de aro, K_B . Se decide que el valor de dicho factor sea $K_B = 1,0$, puesto que los engranajes que se fabrican normalmente son macizos y no tienen un aro delgado debajo del diente.

Por tanto, sustituyendo los valores asignados a los diferentes factores en la ecuación de la tensión en la raíz del diente se obtiene:

$$\sigma = \frac{F_t K_o K_v K_s K_m K_I K_B}{mbJ} = \frac{254,6479 \cdot 1,25 \cdot 1,5566 \cdot 1,00 \cdot 1,6 \cdot 1,0 \cdot 1,0}{2 \cdot 0,44 \cdot b} \quad (3-36)$$

$$\sigma_b = \frac{900,875}{b} \quad (3-37)$$

Siendo b el ancho del diente.

Para completar este análisis de fractura del diente hay que establecer un criterio de fallo. El criterio de fallo se demuestra mediante las expresiones 2-52 y 2-53 de capítulos anteriores, donde la obtención de la tensión permisible depende de varios factores. Uno de ellos, el factor de vida o factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a flexión K_L , para engranajes de acero, se puede establecer de acuerdo con los valores reflejados en la siguiente figura [5].

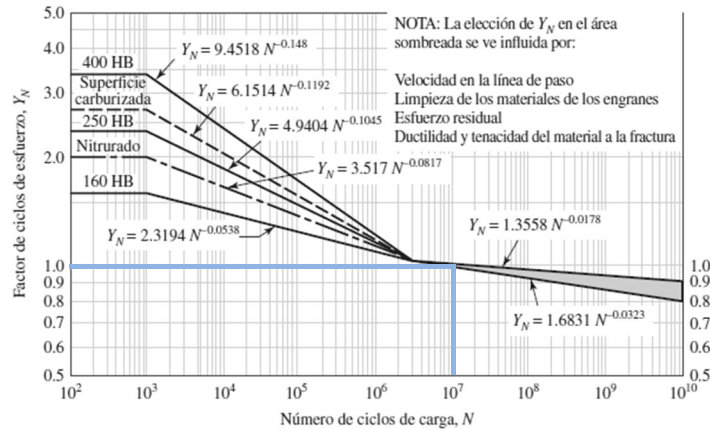


Figura 3.8. Factor de vida para resistencia a la flexión K_L

Suponiendo un número de ciclos de carga de 10^7 , se establece un valor $K_L = 1,0$ para este factor de vida.

Lo mismo ocurre con el factor de temperatura que, para aceros con temperaturas del aceite o del disco del engrane de hasta aproximadamente 250°F , el valor de dicho factor puede ser $K_T = 1,0$.

Por otro lado, los datos de resistencia de AGMA se basan en una probabilidad estadística de una falla cada cien muestras (confiabilidad del 99%). No obstante, al ser la confiabilidad un valor introducido por el usuario, de este dependerá el valor asignado.

Tabla 3.3. Factor de confiabilidad K_r

Confiabilidad	$K_R (Y_Z)$
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

El factor de confiabilidad para un 99% introducido se refleja en la siguiente tabla, siendo su valor $K_R = 1,0$.

Por último, la resistencia a la fatiga por flexión es un valor propio del material elegido. En este caso se ha elegido el acero AISI 4140, cuya resistencia quedo definida en la ecuación 3-7.

Sustituyendo todos estos parámetros en la tensión permisible, se puede obtener el ancho de cara del diente necesario y comprobar si el engranaje soporta estas tensiones.

$$\sigma_{permf} = \frac{K_L}{K_T K_R} S'_{fb} = \frac{1,0}{1,0 \cdot 1,0} \cdot 310 = 310 \text{ MPa} \quad (3-38)$$

Igualamos las tensiones para obtener el valor del ancho de cara:

$$\sigma_b = \frac{900,875}{b} \rightarrow 310 = \frac{900,875}{b} \rightarrow b = 2,906 \text{ mm} \quad (3-39)$$

Como este ancho de cara no cumple con la expresión $9m < b < 14m$, se establece que el ancho sea $9 \cdot m = 9 \cdot 2 = 18 \text{ mm}$ y se calcula la tensión en la raíz del diente con este nuevo ancho.

$$\sigma_b = \frac{900,875}{18} = 50,0486 \text{ MPa} \leq \sigma_{permf} = 310 \quad (3-40)$$

Se comprueba que la tensión permisible es superior a la tensión en la raíz del diente. Por lo que se puede proceder al análisis de fatiga superficial del diente.

Si esta comprobación anterior no se cumple, se aumentaría el módulo asignado a la pareja de engranajes en una unidad.

3.1.1.2. Análisis de fatiga superficial del diente

El segundo análisis corresponde con el de fatiga superficial del diente. Para este análisis también se utiliza el método AGMA, cuya expresión para la obtención de la tensión superficial del diente quedó definida en la ecuación 2-57 del segundo capítulo del presente trabajo. Los valores de los factores que definen esta expresión se definen a continuación.

Algunos de los parámetros que intervienen en dicha ecuación han sido definidos previamente y tienen asignado un valor que se mantiene para este nuevo análisis, como son el factor de sobre carga ($C_o = K_o$), el factor de corrección por tamaño ($C_s = K_s$), el factor de corrección por distribución de carga ($C_m = K_m$) y el factor dinámico ($C_v = K_v$).

Sin embargo, hay otros parámetros para los que se debe seleccionar un valor, como por ejemplo el coeficiente elástico C_p . Aunque los valores de C_p se pueden calcular directamente por medio de la ecuación 2-58, existen valores tabulados que son los que se han utilizado y que están asignados a cada uno de los materiales de la lista que dispone la herramienta desarrollada. Como el material para los engranajes ha sido elegido al principio del programa, el valor de C_p es el que aparece en la ecuación 3-8.

AGMA todavía no ha establecido normas para factores de la condición superficial, pero recomienda que C_f se defina igual a la unidad para aquellos engranajes que se fabriquen mediante métodos convencionales. Por tanto, se decide establecer este factor igual a $C_f = 1,0$.

El factor geométrico I considera los radios de curvatura de los dientes del engrane y el ángulo de presión. Las expresiones que definen este factor son la 2-59 para engranajes rectos cuando la pareja tiene un engrane exterior y 2-60 para una pareja con engrane interior. Al ser la pareja en estudio un engrane exterior, siendo m_N igual a la unidad por tratarse de engranajes rectos y m_G la relación de transmisión parcial, se puede obtener el valor de dicho factor.

$$I = \frac{\cos \varphi \cdot \sin \varphi}{2 \cdot m_N} \cdot \frac{m_G}{m_G + 1} = \frac{\cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{2 \cdot 1} \cdot \frac{0,6}{0,6 + 1} = 0,0603 \quad (3-41)$$

Sustituyendo los valores para obtener la tensión superficial del diente:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= C_p \sqrt{\frac{F_t}{b l d}} C_o C_s C_m C_f C_v = 191 \cdot \sqrt{\frac{254,6479}{18 \cdot 0,0603 \cdot 75}} \cdot 1,25 \cdot 1,0 \cdot 16 \cdot 1,0 \cdot 1,5566 = \\ &= 596,2484 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (3-42)$$

El criterio de fallo de este segundo análisis de tensiones de los engranajes se comprueba mediante las expresiones 2-61 y 2-62 establecidas en apartados anteriores.

Para la obtención de la tensión permisible se debe conocer el valor de varios factores. Uno de ellos, el factor de vida o factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a fatiga C_L , para engranes de acero, se puede establecer de acuerdo con los valores reflejados en la siguiente figura [5].

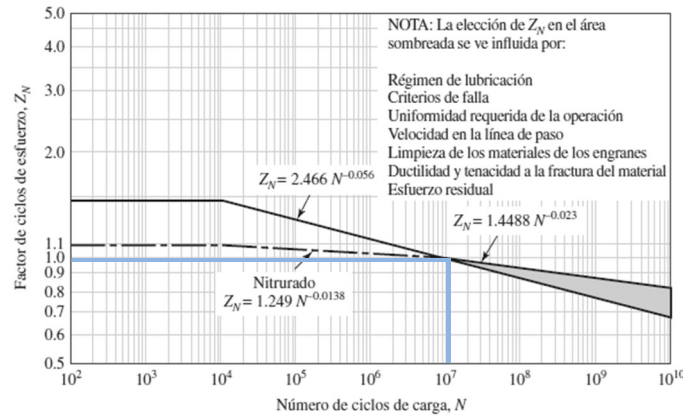


Figura 3.9. Factor de vida para resistencia a la fatiga C_L

Suponiendo un número de ciclos de carga de 10^7 , se asigna a este factor de vida un valor $C_L = 1,0$.

El factor de razón de dureza C_H es una función de la relación de transmisión y de la dureza relativa entre el piñón y la rueda. Dicho factor para piñones endurecidos totalmente viene definido por la ecuación 2-63. Al establecer el mismo material para la pareja de engranajes, ambas durezas Brinell tendrán el mismo valor, resultando el cociente entre ambas igual a la unidad y quedando el valor de A , definido según la ecuación 2-64, como nulo. Y, por tanto, el factor de dureza será $C_H = 1,0$.

El valor del factor de temperatura quedó definido en el criterio de fallo anterior ($C_T = K_T$). Y, por otro lado, el factor de confiabilidad se establece en función del porcentaje de confiabilidad introducido por el usuario al igual que en el criterio anterior ($C_R = K_R$).

Por último, la resistencia a la fatiga superficial es un valor propio del material elegido. En este caso se ha elegido el acero AISI 4140, cuya resistencia quedó definida en la ecuación 3-9.

Sustituyendo estos valores en la tensión permisible, se puede comprobar si el engranaje soporta dichas tensiones.

$$\sigma_{perm c} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S'_{fc} = \frac{1,0 \cdot 1,0}{1,0 \cdot 1,0} \cdot 1250 = 1250 \text{ MPa} \quad (3-43)$$

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{F_t}{b l d}} C_o C_s C_m C_f C_v = 596,2484 \text{ MPa} \leq \sigma_{perm c} = 1250 \text{ MPa} \quad (3-44)$$

Se comprueba que la tensión permisible es superior a la tensión superficial del diente, por tanto, el material soporta las tensiones aplicadas por el sistema de transmisión.

Los resultados obtenidos con los parámetros necesarios para la selección, fabricación y montaje de los engranajes que forman el sistema de transmisión simple son los que se muestran en la figura 3.10.

Engranajes Etapa 1

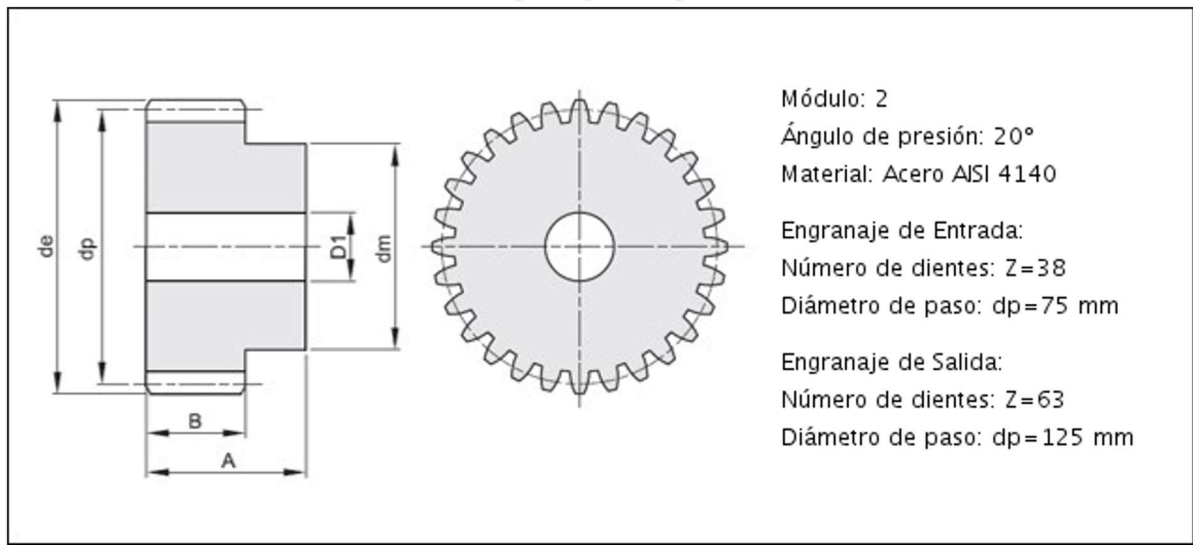


Figura 3.10. Engranajes de la caja reductora 1

3.1.2. Cálculo y diseño de ejes

El primer paso para el cálculo de los ejes del sistema de transmisión es obtener el número de ejes totales e intermedios. Esto se consigue con los dos sencillos cálculos siguientes.

$$\text{ejes totales} = \text{pares} + 1 = 1 + 1 = 2 \quad (3-45)$$

$$\text{ejes intermedios} = \text{ejes totales} - 2 = 2 - 2 = 0 \quad (3-46)$$

Al ser una transmisión simple, el número de ejes intermedios es nulo y cada engranaje va montado sobre un eje.

A continuación, se analizan los esfuerzos en las secciones del eje donde están situados los engranajes y en los apoyos. Para un sistema de engranajes formado por un par de engranajes, las fuerzas y reacciones a tener en cuenta para el cálculo de los esfuerzos en el eje son las representadas en la figura 2.81.

Si se observa dicha figura y se analizan los momentos y fuerzas a los que está sometido el eje en ambos planos, plano xy y plano xz , se pueden obtener los siguientes esfuerzos.

En el plano xy , el momento con respecto al punto A se calcula como:

$$R_{by} \cdot \frac{2}{3}Y = F_r \cdot \frac{\frac{2}{3}Y}{2} \rightarrow R_{by} = 46,34215 \text{ N} \quad (3-47)$$

Y la sumatoria de fuerzas en y permite obtener:

$$R_{ay} + R_{by} = F_r \rightarrow R_{ay} = 92,6843 - 46,34215 = 46,34215 \text{ N} \quad (3-48)$$

Por otro lado, el momento con respecto al punto A en el plano xz :

$$R_{bz} \cdot \frac{2}{3}Y = F_t \cdot \frac{\frac{2}{3}Y}{2} \rightarrow R_{bz} = 127,3240 \text{ N} \quad (3-49)$$

Las fuerzas en z son:

$$R_{az} + R_{bz} = F_t \rightarrow R_{az} = 254,6479 - 127,3240 = 127,3240 \text{ N} \quad (3-50)$$

Con estas expresiones y si se dibujan los diagramas de cada uno de los esfuerzos, se puede concluir que el punto A está sometido a esfuerzos de torsión y cortante, el punto intermedio E debe absorber todo el momento flector y esfuerzo de torsión, y el apoyo B sólo cortante.

Los cortantes en ambos planos, xy y xz , son:

$$T_{xy} = R_{by} = 46,34 \text{ N} \quad (3-51)$$

$$T_{xz} = R_{bz} = 127,32 \text{ N} \quad (3-52)$$

Los momentos flectores en estos dos mismos planos:

$$M_{Fxy} = T_{xy} \cdot \frac{2}{3}Y = 46,34215 \cdot \frac{2}{3} \cdot 150 = 2317,11 \text{ Nm} \quad (3-53)$$

$$M_{Fxz} = T_{xz} \cdot \frac{2}{3}Y = 127,3240 \cdot \frac{2}{3} \cdot 150 = 6366,20 \text{ Nm} \quad (3-54)$$

El momento flector resultante es:

$$M_F = \sqrt{M_{Fxy}^2 + M_{Fxz}^2} = \sqrt{2317,11^2 + 6366,20^2} = 6774,77 \text{ Nm} \quad (3-55)$$

El primer punto que se estudia es el punto A, considerado el punto de entrada y de apoyo del primer eje, donde se sitúa un rodamiento, y cuyos esfuerzos y diámetro deben coincidir con el punto de salida y también de apoyo del otro eje, denominado punto D. Este punto de apoyo A está sometido a esfuerzos de torsión y cortante, por tanto, las tensiones actúan tangencialmente a la sección del punto.

Para el análisis de tensiones en el eje se combinan los esfuerzos de flexión, torsión o axiales en tensiones de von Mises alternantes y medias. Las tensiones debidas a la flexión y torsión vienen definidas por las expresiones 2-77 y 2-78 del presente trabajo.

De acuerdo con los esfuerzos obtenidos, las tensiones equivalentes de von Mises en ese mismo punto son, por un lado, la torsión:

$$\tau_{mA} = K_{f,T} \frac{16T}{\pi d^3} = 1,3 \cdot \frac{16 \cdot 15,92 \cdot 1000}{\pi \cdot d^3} = \frac{105374,1}{d^3} \quad (3-56)$$

Por otro lado, el cortante resultante en el punto A:

$$T_A = \sqrt{T_{xy}^2 + T_{xz}^2} = \sqrt{46,34^2 + 127,32^2} = 135,50 \text{ N} \quad (3-57)$$

$$\tau_{aA} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4T_A}{\pi d^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4 \cdot 135,50}{\pi d^2} = \frac{230,02}{d^2} \quad (3-58)$$

Las tensiones equivalentes de von Mises cuando se combinan estos esfuerzos en ese mismo punto son:

$$\sigma_a^{eq} = \sqrt{(\sigma_a^2 + 3\tau_a^2)} = \sqrt{3\left(\frac{230,02}{d^3}\right)^2} = \frac{398,41}{d^3} \quad (3-59)$$

$$\sigma_m^{eq} = \sqrt{(\sigma_m^2 + 3\tau_m^2)} = \sqrt{3\left(\frac{105374,1}{d^2}\right)^2} = \frac{182513,3}{d^2} \quad (3-60)$$

Para el criterio de fallo por fatiga de la línea de Goodman que se define mediante la ecuación 2-81 hay que obtener el resultado de la expresión que limita la resistencia a la fatiga de un material según la ecuación 2-82.

Los factores que definen esta resistencia son:

$$S'_e = 0,5 \cdot S_{ut} = 0,5 \cdot 420 = 210 \text{ MPa} \quad (3-61)$$

$$C_{carga} = 1 \text{ (flexión y torsión)} \quad (3-62)$$

$$C_{tamaño} = 1,189 \cdot d^{(-0,097)} = 1,189 \cdot 50^{(-0,097)} = 0,8135 \quad (3-63)$$

$$C_{sup} = A_{sup} \cdot S_{ut}^{b_{sup}} = 4,51 \cdot 420^{-0,265} = 0,9099 \quad (3-64)$$

$$C_{temp} = 1 \text{ (} T \leq 450^\circ\text{C)} \quad (3-65)$$

$$C_{fiab} = 0,814 \text{ (99\%)} \quad (3-66)$$

Por tanto:

$$S_e = 1 \cdot 0,8135 \cdot 0,9099 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 210 = 126,54 \text{ MPa} \quad (3-67)$$

Aplicando el criterio de Goodman y suponiendo un factor de seguridad $n = 2$, se puede calcular el diámetro de la sección A del eje.

$$\frac{\sigma_a^{eq}}{S_e} + \frac{\sigma_m^{eq}}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{398,41}{126,54} + \frac{182513,3}{420} = \frac{1}{2} \rightarrow d'_A = 9,76 \text{ mm} \quad (3-68)$$

Como el cálculo del factor de tamaño lleva consigo una estimación del diámetro, una vez obtenido este diámetro inicial, se recalcula dicho factor para el diámetro calculado y se obtiene la resistencia a la fatiga con su correspondiente nuevo diámetro.

$$C_{tamaño} = 1,189 \cdot d^{(-0,097)} = 1,189 \cdot 9,76^{(-0,097)} = 0,9532 \quad (3-69)$$

$$S_e = 1 \cdot 0,9532 \cdot 0,9099 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 210 = 148,27 \text{ MPa} \quad (3-70)$$

$$\frac{398,41}{148,27} + \frac{182,51}{420} = \frac{1}{2} \rightarrow d_A = 9,73 \text{ mm} \quad (3-71)$$

Se elige el diámetro normalizado que más se ajuste a los cálculos, siendo dicho diámetro final $d_A = 10 \text{ mm}$.

La siguiente sección del primer eje que se estudia es la sección donde va colocado el engranaje, sección que se ha denominado punto E, cuyos esfuerzos y diámetro deben coincidir con el punto intermedio del otro eje. Este punto intermedio E debe absorber todo el momento flector y esfuerzo de torsión.

Las tensiones equivalentes de von Mises en este punto son, por un lado, la flexión:

$$\sigma_{aE} = K_{f,F} \frac{32M_F}{\pi d^3} = 1,2 \cdot \frac{32 \cdot 6774,77}{\pi \cdot d^3} = \frac{82808,7}{d^3} \quad (3-72)$$

Por otro lado, el torsor:

$$\tau_{mE} = K_{f,T} \frac{16T}{\pi d^3} = 1,3 \cdot \frac{16 \cdot 15,92 \cdot 1000}{\pi d^2} = \frac{105374,07}{d^2} \quad (3-73)$$

Las tensiones equivalentes de von Mises cuando se combinan estos esfuerzos en ese punto intermedio son:

$$\sigma_a^{eq} = \sqrt{(\sigma_a^2 + 3\tau_a^2)} = \sqrt{\left(\frac{82808,7}{d^3}\right)^2} = \frac{82808,7}{d^3} \quad (3-74)$$

$$\sigma_m^{eq} = \sqrt{(\sigma_m^2 + 3\tau_m^2)} = \sqrt{3\left(\frac{105374,1}{d^2}\right)^2} = \frac{182513,3}{d^2} \quad (3-75)$$

Aplicando el criterio de Goodman y suponiendo un factor de seguridad $n = 2$, se puede calcular el diámetro de la sección E del eje.

$$\frac{\sigma_a^{eq}}{S_e} + \frac{\sigma_m^{eq}}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{\frac{82808,7}{d^3}}{126,54} + \frac{\frac{182513,3}{d^2}}{420} = \frac{1}{2} \rightarrow d'_E = 12,96 \text{ mm} \quad (3-76)$$

Como el cálculo del factor de tamaño lleva consigo una estimación del diámetro, una vez obtenido este diámetro inicial, se recalcula dicho factor para el diámetro calculado y se obtiene la resistencia a la fatiga con su correspondiente nuevo diámetro.

$$C_{\text{tamaño}} = 1,189 \cdot d^{(-0,097)} = 1,189 \cdot 12,9622^{(-0,097)} = 0,9274 \quad (3-77)$$

$$S_e = 1 \cdot 0,9274 \cdot 0,9099 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 210 = 144,25 \text{ MPa} \quad (3-78)$$

$$\frac{\frac{82808,7}{d^3}}{144,25} + \frac{\frac{182513,3}{d^2}}{420} = \frac{1}{2} \rightarrow d_E = 12,64 \text{ mm} \quad (3-79)$$

Se elige el diámetro normalizado que más se ajuste a los cálculos, siendo dicho diámetro final $d_E = 14 \text{ mm}$.

Además, se debe comprobar que el diámetro normalizado del eje en dicha sección concuerda con el diámetro interior del engranaje que va colocado en la misma. Si buscamos en un catálogo de engranajes, para el primer eje el diámetro interior de un engranaje con módulo 2 y 38 dientes es de 14 mm. Por tanto, ambos diámetros concuerdan ($d_{E1} = 14 \text{ mm}$). En el caso del segundo eje, el diámetro interior de un engranaje con módulo 2 y 63 dientes es de 16 mm, por tanto, se aumenta el diámetro de la sección E del segundo eje a $d_{E2} = 16 \text{ mm}$, ya que será capaz de soportar los esfuerzos.

Por último, se analiza el punto B, considerado el punto de salida y de apoyo del primer eje, y donde se sitúa el otro rodamiento. Los esfuerzos y diámetro de este punto deben coincidir con el punto de apoyo y de entrada del otro eje del sistema, denominado punto C. Este punto de apoyo B está sometido sólo a cortante, por tanto, las tensiones equivalentes de von Mises en este punto son las debidas al cortante resultante.

$$T_B = \sqrt{T_{xy}^2 + T_{xz}^2} = \sqrt{46,34^2 + 127,32^2} = 135,50 \text{ N} \quad (3-80)$$

$$\tau_{aB} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4T_B}{\pi d^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4 \cdot 135,50}{\pi d^2} = \frac{230,02}{d^2} \quad (3-81)$$

Las tensiones equivalentes de von Mises cuando se combinan estos esfuerzos en ese mismo punto son:

$$\sigma_a^{eq} = \sqrt{(\sigma_a^2 + 3\tau_a^2)} = \sqrt{3\left(\frac{230,0241}{d^2}\right)^2} = \frac{398,41}{d^2} \quad (3-82)$$

Aplicando el criterio de Goodman y suponiendo un factor de seguridad $n = 2$, se puede calcular el diámetro de la sección B del eje.

$$\frac{\sigma_a^{eq}}{S_e} + \frac{\sigma_m^{eq}}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{\frac{398,41}{d^2}}{126,54} = \frac{1}{2} \rightarrow d'_B = 2,51 \text{ mm} \quad (3-83)$$

Como el cálculo del factor de tamaño lleva consigo una estimación del diámetro, una vez obtenido este diámetro inicial, se recalcula dicho factor para el diámetro calculado y se obtiene la resistencia a la fatiga con su correspondiente nuevo diámetro.

$$C_{\text{tamaño}} = 1 \quad \text{para } d < 8 \text{ mm} \quad (3-84)$$

$$S_e = 1 \cdot 1 \cdot 0,9099 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 210 = 155,55 \text{ MPa} \quad (3-85)$$

$$\frac{\frac{398,41}{d^2}}{155,55} = \frac{1}{2} \rightarrow d_B = 2,26 \text{ mm} \quad (3-86)$$

Se elige el diámetro normalizado que más se ajuste a los cálculos, siendo dicho diámetro final $d_B = 4 \text{ mm}$.

Los resultados de los diámetros obtenidos para las diferentes secciones de ambos ejes, así como el diseño recomendado para la fabricación de los mismos, se reflejan en las figuras 3.11 y 3.12 para los ejes de entrada y salida, respectivamente.

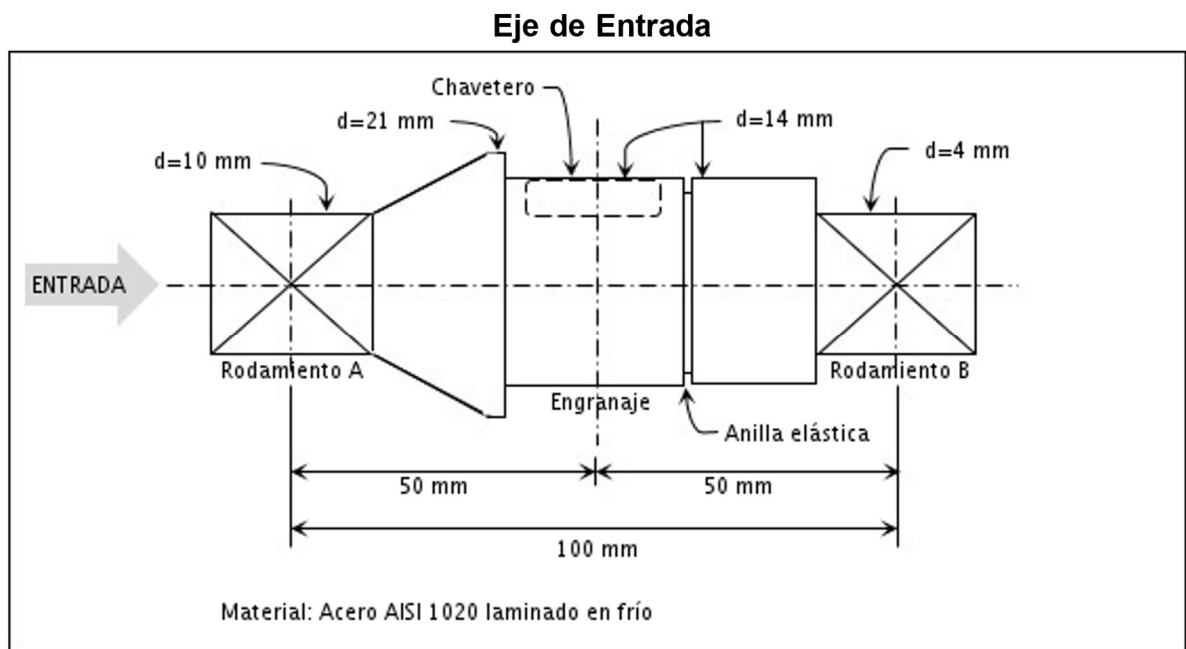


Figura 3.11. Eje de entrada de la caja reductora 1

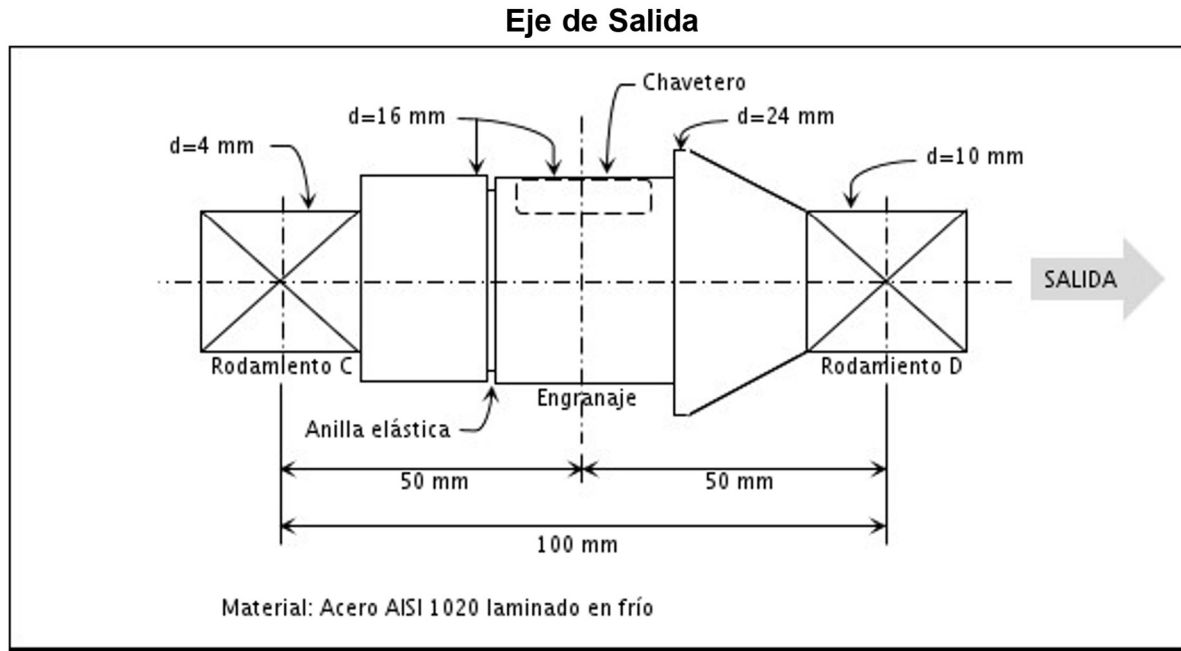


Figura 3.12. Eje de salida de la caja reductora 1

3.1.3. Cálculo y selección de rodamientos

Una vez se calculan y diseñan los ejes del sistema de transmisión por engranajes, se procede a realizar los cálculos necesarios para seleccionar los rodamientos de dicho sistema. Los rodamientos estarán sometidos a cargas radiales, tanto para el eje del piñón como el del engranaje, por lo que el rodamiento elegido será un rodamiento rígido de bolas que tiene buena capacidad para soportar las cargas radiales.

Primero se debe obtener la capacidad dinámica de cada rodamiento. Como se dispone de los diámetros de eje en las diferentes secciones donde se sitúan los rodamientos, se puede seleccionar las características de los rodamientos buscando en el catálogo dichos diámetros. Por tanto, siendo los diámetros de las secciones A y D $d_A = d_D = 10 \text{ mm}$ y de los rodamientos B y C $d_B = d_C = 10 \text{ mm}$, las capacidades dinámicas en función de dichos diámetros son:

$$C_{dynA} = C_{dynD} = 4,55 \text{ kN} \quad (3-87)$$

$$C_{dynB} = C_{dynC} = 1,29 \text{ kN} \quad (3-88)$$

Para obtener el factor de la duración de vida del rodamiento es necesario conseguir el valor del factor de velocidad f_n , que se calcula mediante la expresión 2-95 definida en el segundo capítulo del presente trabajo. Este factor de velocidad es diferente para cada eje y se obtiene como:

$$f_{n1} = \sqrt[3]{\frac{33,33}{\omega_e}} = \sqrt[3]{\frac{33,33}{1000}} = 0,3218 \quad (3-89)$$

$$f_{n2} = \sqrt[3]{\frac{33,33}{\omega_s}} = \sqrt[3]{\frac{33,33}{600}} = 0,3816 \quad (3-90)$$

Con estos factores se puede calcular la carga dinámica equivalente definida según la ecuación 2-96. Considerando F_a y F_r como las cargas axial y radial, respectivamente, suponiendo un juego normal de

rodamiento y sabiendo que la relación de fuerzas será nula porque no hay cargas axiales aplicadas, el valor de X_r es igual a la unidad y Y_r será nulo, de acuerdo con la tabla 2.9.

$$P_{rA} = P_{rD} = X_r \cdot F_r = X_r \cdot \frac{T_A}{1000} = 1 \cdot \frac{135,50}{1000} = 0,1355 \quad (3-91)$$

$$P_{rB} = P_{rC} = X_r \cdot F_r = X_r \cdot \frac{T_B}{1000} = 1 \cdot \frac{135,50}{1000} = 0,1355 \quad (3-92)$$

Sustituyendo los valores obtenidos en las ecuaciones anteriores para el factor de velocidad y la carga dinámica equivalente, respectivamente, en la ecuación 2-97, se puede obtener el valor correspondiente del factor de la duración de vida, como se muestra a continuación.

$$f_{LA} = \frac{C_{dynA}}{P_{rA}} \cdot f_{n1} = \frac{4,55}{0,1355} \cdot 0,3218 = 10,81 \quad (3-93)$$

$$f_{LB} = \frac{C_{dynB}}{P_{rB}} \cdot f_{n1} = \frac{1,29}{0,1355} \cdot 0,3218 = 3,06 \quad (3-94)$$

$$f_{LC} = \frac{C_{dynC}}{P_{rC}} \cdot f_{n2} = \frac{1,29}{0,1355} \cdot 0,3816 = 3,63 \quad (3-95)$$

$$f_{LD} = \frac{C_{dynD}}{P_{rD}} \cdot f_{n2} = \frac{4,55}{0,1355} \cdot 0,3816 = 12,81 \quad (3-96)$$

Finalmente, se debe comprobar que este factor de duración de vida alcanza un valor mínimo establecido según la tabla 2.10. Se establece que el valor del factor de vida que debe alcanzarse debe ser como mínimo 2, pudiendo superar este factor el valor predefinido. Este factor supera el valor mínimo para los cuatro rodamientos de la transmisión, lo que significa que los rodamientos seleccionados aguantan más carga de la que tendrán que soportar, por tanto, son válidos para el sistema de transmisión diseñado.

Los parámetros resultantes para cada uno de los rodamientos que se deben colocar en los ejes del sistema de transmisión simple por engranajes diseñado son:

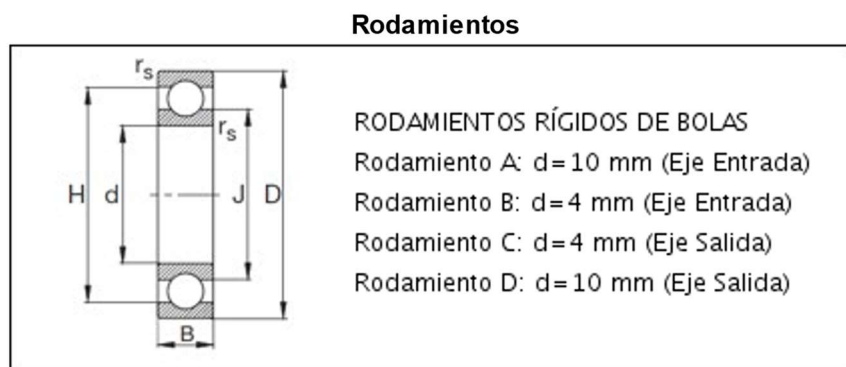


Figura 3.13. Rodamientos de la caja reductora I

3.1.4. Cálculo y selección de chavetas

Los últimos elementos mecánicos que se dimensionan para obtener el sistema de transmisión por engranajes completo son las chavetas. En primer lugar, es necesario hallar la longitud mínima que deben tener los chaveteros en función de la tensión de cizalladura. Las expresiones que definen ambos términos y la relación entre ellos se

detallan en apartados anteriores y, concretamente, la ecuación 2-100 es la que se utiliza para el cálculo. Conocido el material deseado para las mismas, se dispone de la resistencia de fluencia reflejada en la ecuación 3-14 y se puede calcular dicha longitud mínima.

$$L_1 > \frac{4 \cdot T \cdot n}{d_{E1} \cdot b \cdot S_y} = \frac{4 \cdot (15,92 \cdot 1000) \cdot 2}{14 \cdot 18 \cdot 325} = 1,55 \text{ mm} \quad (3-97)$$

$$L_2 > \frac{4 \cdot T \cdot n}{d_{E2} \cdot b \cdot S_y} = \frac{4 \cdot (15,92 \cdot 1000) \cdot 2}{16 \cdot 18 \cdot 325} = 1,36 \text{ mm} \quad (3-98)$$

Como se dispone de los diámetros de eje en la sección donde se sitúan los chaveteros y de las longitudes mínimas de los mismos, se puede seleccionar las características de las chavetas que mejor se ajusten a los parámetros obtenidos buscando en catálogos. Para el eje de entrada se elige una chaveta de 8 mm, que corresponde a diámetros de eje entre 12 y 17 mm con una longitud mínima de chavetero menor de 8 mm, cuyo ancho y espesor es de 5 mm. Por otro lado, la chaveta del eje de salida también será de 8 mm de longitud y 5 mm de ancho y espesor.

Seleccionadas las chavetas normalizadas, se puede comprobar si dichas chavetas soportan las tensiones por aplastamiento de acuerdo con la expresión 2-102.

$$\sigma_{apl} = \frac{2T}{d_{E1} \cdot h_1 \cdot L} = \frac{2 \cdot (15,92 \cdot 1000)}{14 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8} = 113,68 \text{ MPa} < \frac{S_y}{n} = \frac{325}{2} = 162,5 \text{ MPa} \quad (3-99)$$

$$\sigma_{aplast2} = \frac{2T}{d_{E2} \cdot h_1 \cdot L} = \frac{2 \cdot (15,92 \cdot 1000)}{16 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8} = 99,47 < \frac{S_y}{n} = \frac{325}{2} = 162,5 \text{ MPa} \quad (3-100)$$

Por tanto, ambas chavetas soportan las tensiones por aplastamiento y serían válidas para el sistema de transmisión diseñado.

Finalmente, los resultados obtenidos para cada una de las chavetas que forman esta caja reductora de engranajes son los que se muestran en la siguiente figura.

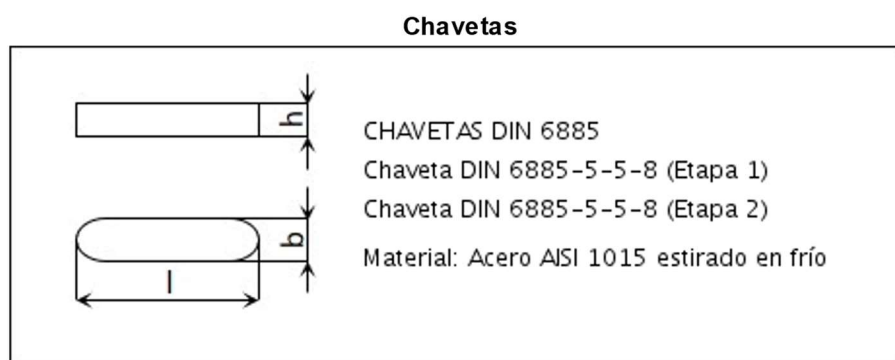


Figura 3.14. Chavetas de la caja reductora 1

3.2 Caja reductora de engranajes 2

Se desea diseñar un tren de engranajes para una reductora de velocidad con relación de transmisión 300/2295 y las siguientes especificaciones técnicas principales:

- Potencia a transmitir: 0,1 kW
- Velocidad de entrada: 2295 rpm
- Velocidad de salida: 300 rpm
- Dimensión X de la caja: 300 mm
- Dimensión Y de la caja: 500 mm

Estas especificaciones técnicas de diseño para el sistema de transmisión deseado, junto con otros datos mínimos de diseño, deben ser introducidos por el usuario en la herramienta de cálculo desarrollada.

Los primeros datos a rellenar son la potencia, la velocidad de entrada y la de salida, la dimensión de la caja perpendicular a los ejes, el sentido de giro de los ejes de entrada y salida, y la dimensión de la caja en la dirección de los ejes.

$$H = 0,1 \text{ kW} \quad (3-101)$$

$$\omega_e = 2295 \text{ rpm} \quad (3-102)$$

$$\omega_s = 300 \text{ rpm} \quad (3-103)$$

$$X = 300 \text{ mm} \quad (3-104)$$

$$giro = 0 \quad (3-105)$$

$$Y = 500 \text{ mm} \quad (3-106)$$

$$Z = 300 \text{ mm} \quad (3-107)$$

Las especificaciones técnicas que debe cumplir esta caja reductora de engranajes a diseñar se muestran a continuación en la figura 3.15.

Especificaciones del diseño

Potencia a transmitir (kW):
0.1

Relación de transmisión:

Velocidad de entrada (rpm):
2295

Velocidad de salida (rpm):
300

Sentido de giro de los ejes de entrada y salida [Mismo sentido=0; Sentido contrario=1]:
0

Dimensión de la caja (X) perpendicular a los ejes (mm):
300

Dimensión de la caja (Y) en la dirección de los ejes (mm):
500

Altura máxima (Z) de la caja (mm):
300

Distancia entre ejes (mm):

OK Cancel

Figura 3.15. Especificaciones técnicas de la caja reductora 2

En cuanto a las especificaciones de cada uno de los elementos mecánicos del sistema de transmisión, se decide mantener los mismos valores que los introducidos para el ejemplo anterior, a excepción del material de los engranajes que, para este ejemplo, será el acero AISI 4340 de la lista que proporciona el programa. Este material tiene como valores de resistencia a la fatiga por flexión, de coeficiente elástico y de resistencia a la fatiga superficial los que se detallan a continuación.

$$S_{fb} = 325 \text{ MPa} \quad (3-108)$$

$$C_p = 191 \sqrt{\text{MPa}} \quad (3-109)$$

$$S_{fc} = 1200 \text{ MPa} \quad (3-110)$$

Cuando se han introducido todos los parámetros requeridos por el programa, comienza el dimensionado y análisis de cada elemento mecánico del sistema. Los pasos seguidos para la resolución de este ejemplo son similares a los reflejados en el ejemplo anterior y se demuestran a continuación.

3.2.1. Cálculo y diseño de engranajes

Se comienza calculando la relación de transmisión total, puesto que se dispone de las velocidades de entrada y

salida del sistema de transmisión deseado.

$$k = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{300}{2295} = 0,1307 \quad (3-111)$$

Siendo la relación de transmisión máxima un valor predefinido que se establece en 5, el número de pares de ruedas necesarios es:

$$pares \geq \left\lceil \frac{\log k}{\log k_{max}} \right\rceil = \left\lceil \frac{\log 0,1307}{\log 5} \right\rceil = 1,26 \rightarrow pares = 2 \quad (3-112)$$

Por tanto, se trata de un tren de engranajes. El sentido de giro introducido según la ecuación 3-105 asigna a la variable giro el valor cero que corresponde con un sentido de giro contrario, por lo que se dispondrá de dos engranes exteriores.

Al ser el número de pares mayor que la unidad, se deben descomponer en factores primos los términos que definen la relación de transmisión. Para ello, primero hay que convertir la relación de transmisión decimal en una fracción simplificada.

$$k = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{300}{2295} = \frac{20}{153} \quad (3-113)$$

Si no se pueden obtener 2 factores ($pares = 2$) en numerador y denominador mayores de 14, que corresponde con el número mínimo de dientes, es necesario aumentar numerador y denominador en la misma proporción, como ocurre en el presente caso.

Como el numerador es menor que $14^2 = 196$, entonces se obtiene la proporción en la que hay que aumentar ambos valores. La proporción se obtiene como:

$$proporción = \frac{14^2}{20} = 9,8 \approx 10 \quad (3-114)$$

Por tanto, el valor de numerador y denominador será:

$$k' = \frac{14^2}{153 \cdot 10} = \frac{196}{1530} = 0,1281 \quad (3-115)$$

Se debe comprobar que la nueva relación de transmisión es aproximada, mediante un error admisible máximo $t = 0,01$.

$$(k - t) \leq k' \leq (k + t) \rightarrow 0,1207 \leq 0,1281 \leq 0,1407 \quad (3-116)$$

Al cumplir con dicha condición, se procede a comprobar que el valor de numerador y denominador de la relación de transmisión no son números primos, ya que en caso contrario no se puede factorizar. Esta condición también se cumple.

A continuación, se realiza una aproximación del número de dientes que tendrán tanto las ruedas conductoras como las conducidas, tal como quedó detallado en el segundo capítulo del presente trabajo.

$$N^\circ \text{ dientes aprox. de las ruedas conductoras} = \sqrt[2]{196} = 14 \quad (3-117)$$

$$N^\circ \text{ dientes aprox. de las ruedas conducidas} = \sqrt[2]{1530} = 39 \quad (3-118)$$

Por tanto, la descomposición en factores primos de los términos que dan la nueva relación de transmisión es:

$$\text{Para el numerador con valor } 196 \rightarrow N = [2 \ 2 \ 7 \ 7] \quad (3-119)$$

$$\text{Para el denominador con valor } 1530 \rightarrow D = [2 \ 3 \ 3 \ 5 \ 17] \quad (3-120)$$

Con estos dos vectores hay que conseguir dos valores de números de dientes tanto de los engranajes conductores como conducidos que sean los más próximos posibles al valor obtenido en la aproximación de las expresiones 3-117 y 3-118.

Son varias las posibles combinaciones que se pueden realizar, pero asumiendo la de menor diferencia con la aproximación realizada, se concluye que los números de dientes de los engranajes son los siguientes.

$$\text{Conductoras} = [14 \ 14] \quad (3-121)$$

$$\text{Conducidas} = [34 \ 45] \quad (3-122)$$

Por tanto, se colocan cuatro engranajes en el sistema de transmisión diseñado. El primer engranaje está formado por 14 dientes que engrana con otro engranaje de 34 dientes, y la segunda etapa la forman un piñón de 14 dientes que engrana finalmente con un engranaje de 45 dientes. Con estos valores de número de dientes y suponiendo un módulo inicial, se puede obtener el diámetro de paso de cada engranaje utilizando la expresión 2-2 especificada en el segundo capítulo del presente documento.

El módulo elegido inicialmente para cada par de engranajes es $m = 2$ y el ángulo de presión se establece en 20° también para cada pareja. En este caso, se debe comprobar que el ángulo no es tan pequeño como para producir interferencia y que el coeficiente de recubrimiento es mayor que la unidad para cada pareja de engranajes.

Para comprobar que el ángulo no produce interferencia, se debe obtener el mayor número de dientes de un engranaje con un piñón especificado que está libre de interferencia de acuerdo con la expresión 2-6 mostrada en el capítulo anterior. Siendo el valor del número de dientes de ambos engranajes de entrada de cada etapa 14, el mayor valor de dientes de las ruedas conducidas con las que engranan debe ser:

$$N_G \leq \frac{14^2 \cdot \sin^2 20^\circ - 4 \cdot 1^2}{4 \cdot 1 - 2 \cdot 14 \cdot \sin^2 20^\circ} = 26 \quad (3-123)$$

Como el número de dientes de los engranajes conducidos es 34 y 45, mayor que el valor obtenido, es necesario aumentar el ángulo de presión a 21° . Si se vuelve a realizar la comprobación anterior, se obtiene que con este nuevo ángulo no se produce interferencia, tal como se muestra en el siguiente cálculo.

$$N_G \leq \frac{14^2 \cdot \sin^2 21^\circ - 4 \cdot 1^2}{4 \cdot 1 - 2 \cdot 14 \cdot \sin^2 21^\circ} = 52 \quad (3-124)$$

Con este nuevo valor para el ángulo de presión se puede proceder a verificar el resto de análisis pertinentes, al igual que en el ejemplo resuelto anterior. Se comprueba que el coeficiente de recubrimiento es mayor que la unidad, por tanto, el ángulo de presión se mantiene. También se realizan los análisis de fuerzas, fractura del diente y fatiga superficial del diente siguiendo los mismos pasos que para el ejemplo anterior, teniendo en cuenta que en cada uno de estos análisis se deben comprobar las diferentes parejas de engranajes que forman el sistema de transmisión.

Con el resultado de dichos análisis se concluye que la tensión permisible es superior a la tensión en la raíz del diente, por lo que no es necesario aumentar el módulo de ninguna de las parejas de engranajes. Además, se comprueba que la tensión permisible es superior a la tensión superficial del diente de las distintas etapas del sistema de transmisión, por tanto, el material soporta las tensiones aplicadas en cada punto.

Los resultados obtenidos para la selección, fabricación y montaje de los engranajes que forman el tren de

engranajes son los que se muestran en las siguientes figuras.

Engranajes Etapa 1

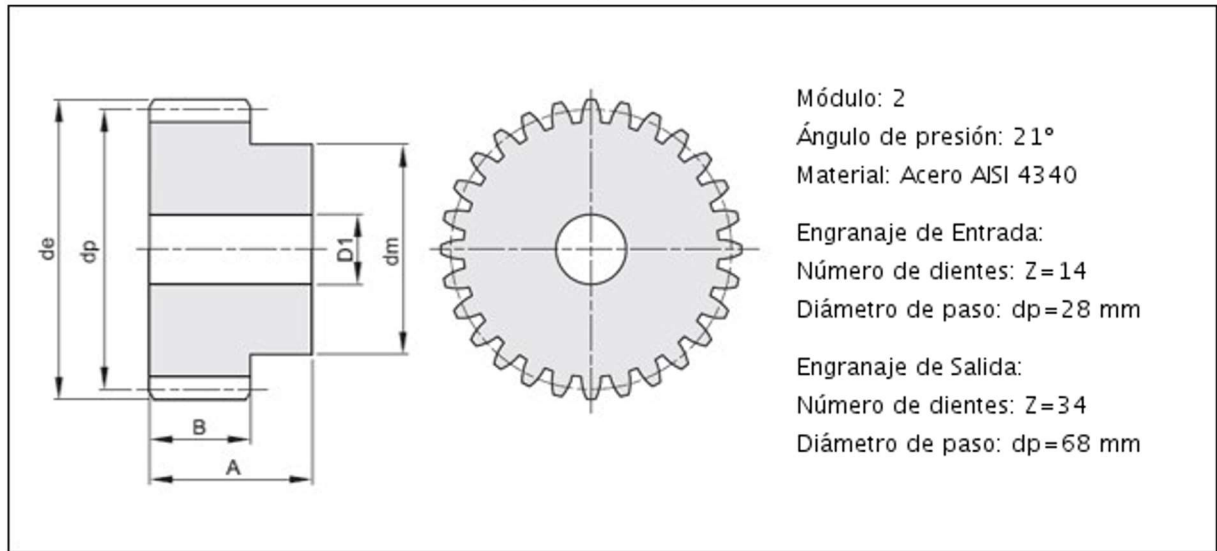


Figura 3.16. Engranajes de la etapa 1 de la caja reductora 2

Engranajes Etapa 2

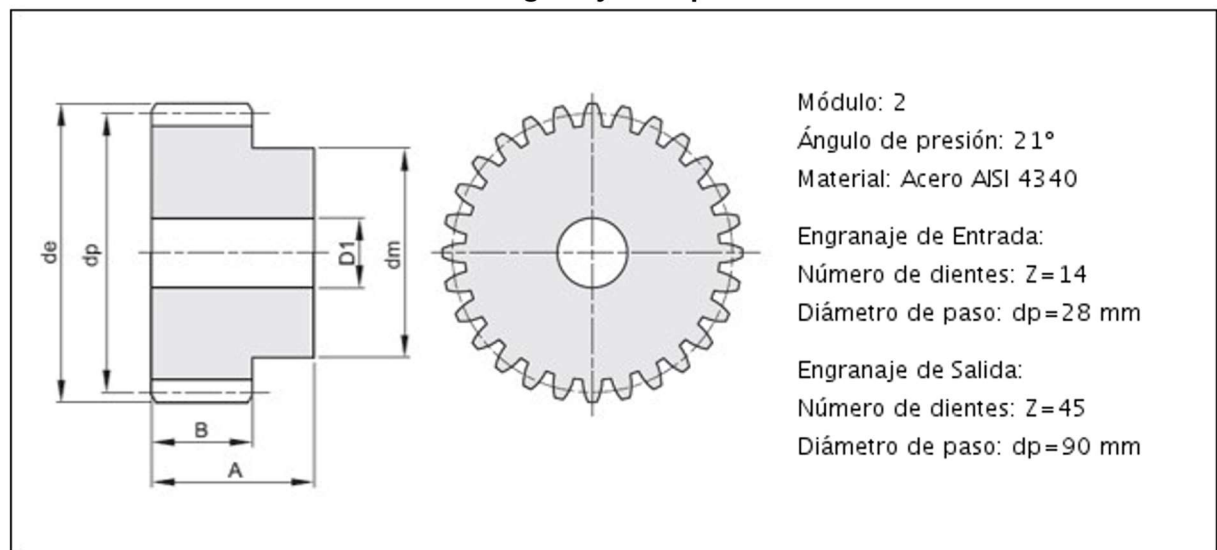


Figura 3.17. Engranajes de la etapa 2 de la caja reductora 2

3.2.2. Cálculo y diseño de ejes

El primer paso para el cálculo de los ejes del sistema de transmisión es obtener el número de ejes totales e intermedios. Esto se consigue con los dos sencillos cálculos siguientes.

$$\text{ejes totales} = \text{pares} + 1 = 2 + 1 = 3 \quad (3-125)$$

$$\text{ejes intermedios} = \text{ejes totales} - 2 = 3 - 2 = 1 \quad (3-126)$$

Al ser un tren de engranajes, el número de ejes intermedios no es nulo. El engranaje de entrada se monta sobre un eje, el de salida sobre otro y la transición entre ambas etapas se realiza mediante un eje intermedio en el que se coloca el engranaje conducido de la primera etapa y el engranaje conductor de la segunda.

A continuación, se analizan los esfuerzos en las secciones de los ejes donde están situados los engranajes y en los apoyos. Para un sistema de engranajes formado por un más de un par de engranajes, las fuerzas y reacciones a tener en cuenta para el cálculo de los esfuerzos en el eje de entrada y salida son las representadas en la figura 2.81, mientras que los esfuerzos en el eje intermedio se obtienen según la figura 2.98.

El procedimiento de cálculo de los diferentes diámetros de las secciones de cada eje se realiza de igual forma que para el ejemplo resuelto anterior, donde, finalmente, se elige el diámetro normalizado que mejor se ajusta a los cálculos realizados. Y, en el caso de que la sección que se analiza sea la correspondiente a la de un engranaje, se comprueba que el diámetro normalizado obtenido concuerda con el diámetro interior del engranaje normalizado seleccionado, consultando un catálogo de engranajes.

Los resultados obtenidos para los diferentes ejes del tren de engranajes, así como el diseño recomendado, se reflejan en las figuras 3.18 y 3.20 para los ejes de entrada y salida, respectivamente, y en la figura 3.19 el eje intermedio.

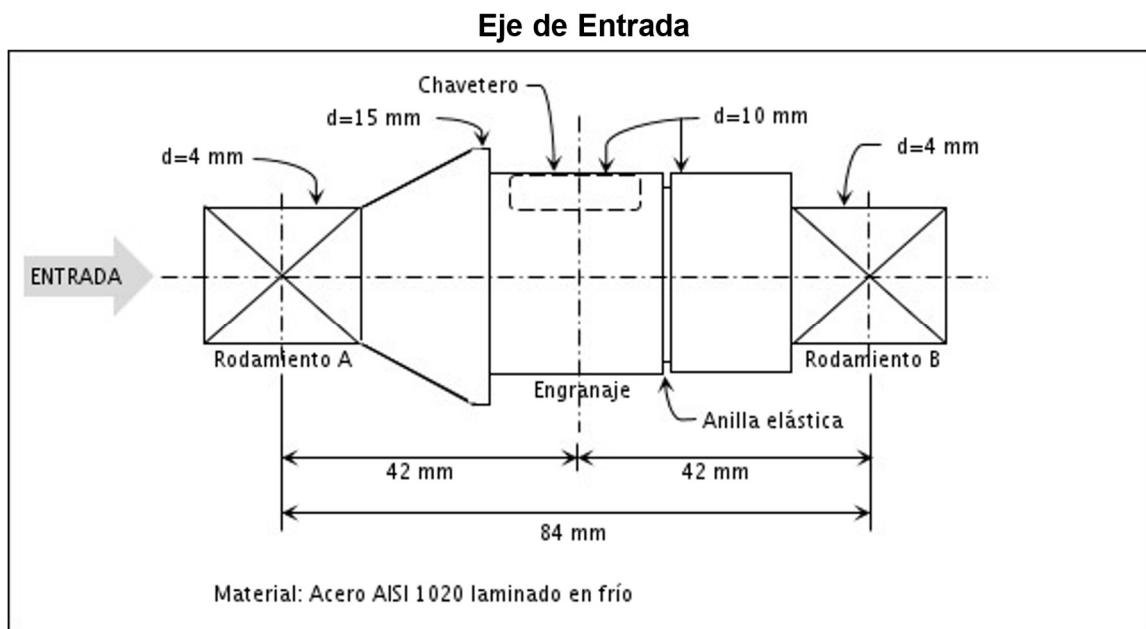


Figura 3.18. Eje de entrada de la caja reductora 2

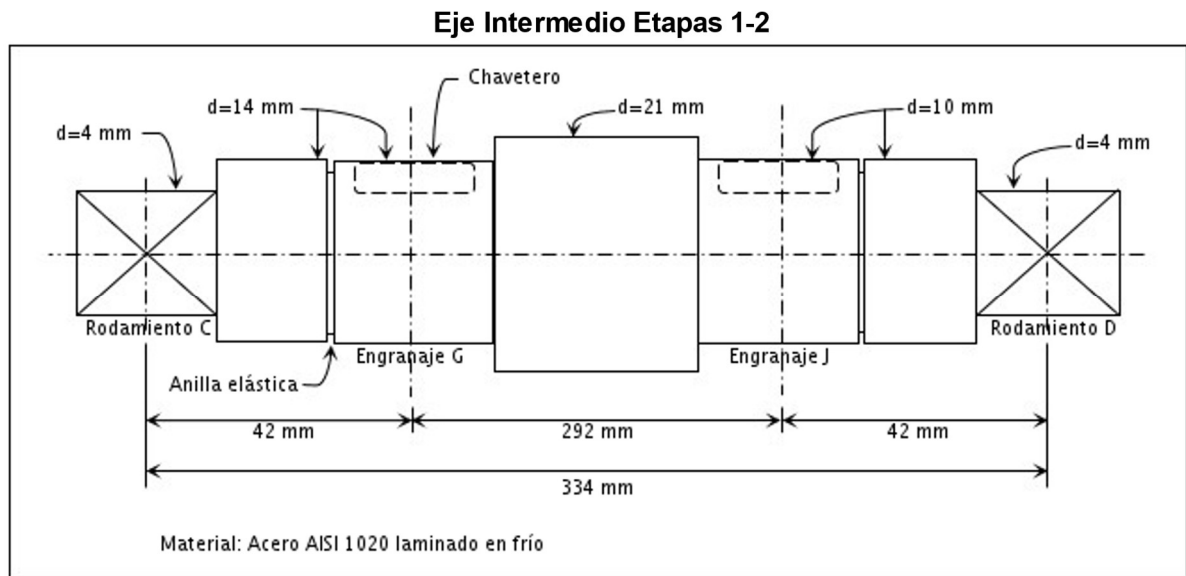


Figura 3.19. Eje intermedio de la caja reductora 2

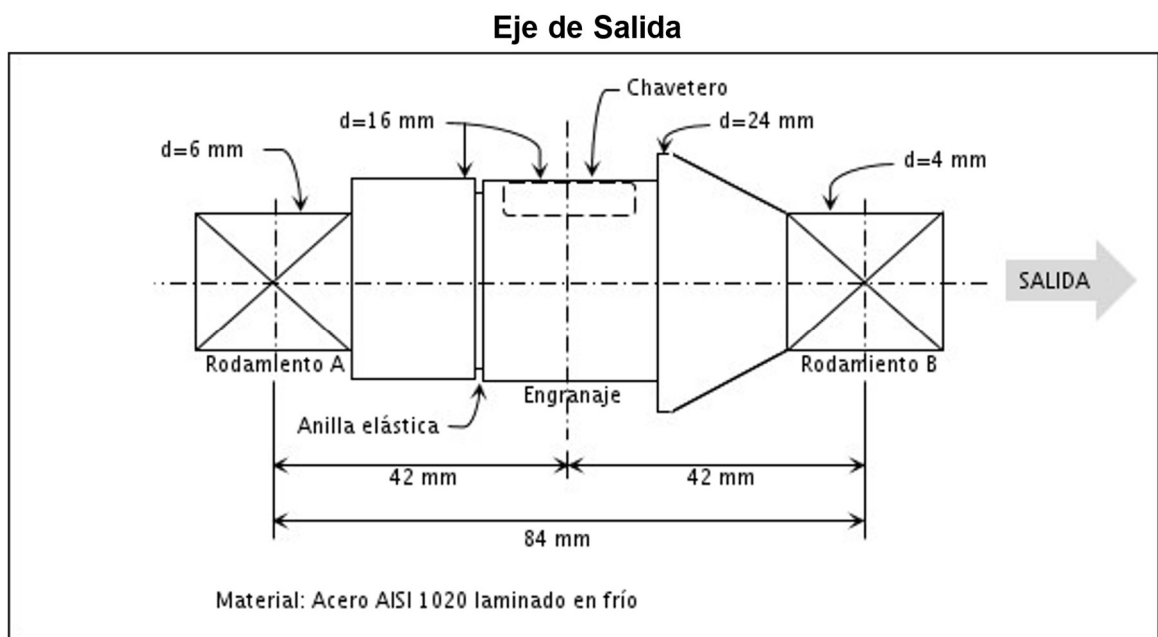


Figura 3.20. Eje de salida de la caja reductora 2

3.2.3. Cálculo y selección de rodamientos

Una vez se calculan y diseñan los ejes del tren de engranajes deseado, se procede a realizar los cálculos necesarios para seleccionar los rodamientos de dicho sistema. Todos los rodamientos del sistema de transmisión estarán sometidos a cargas radiales, por lo que el rodamiento elegido será un rodamiento rígido de bolas que tiene buena capacidad para soportar las cargas radiales.

Al igual que para el ejemplo resuelto anterior, se obtiene mediante catálogo la carga dinámica de cada rodamiento en función del diámetro de la sección del eje donde se coloca cada rodamiento, se calcula el factor de velocidad sabiendo que se trata de rodamientos de bolas y se obtiene la carga dinámica equivalente. Finalmente, se comprueba que el factor de duración de vida alcanza un valor mínimo de 2, pudiendo superar

este factor el valor predefinido. Este factor de vida supera el valor mínimo para todos los rodamientos de la transmisión, lo que significa que los rodamientos seleccionados aguantan más carga de la que tendrán que soportar, por tanto, son válidos para el sistema de transmisión diseñado.

Los parámetros resultantes para cada uno de los rodamientos que se deben colocar en los ejes del tren de engranajes diseñado son los que aparecen en las siguientes figuras.

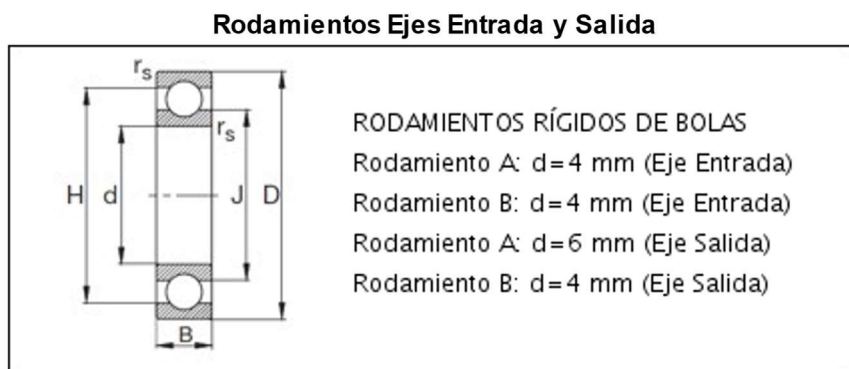


Figura 3.21. Rodamientos de los ejes de entrada y salida de la caja reductora 2

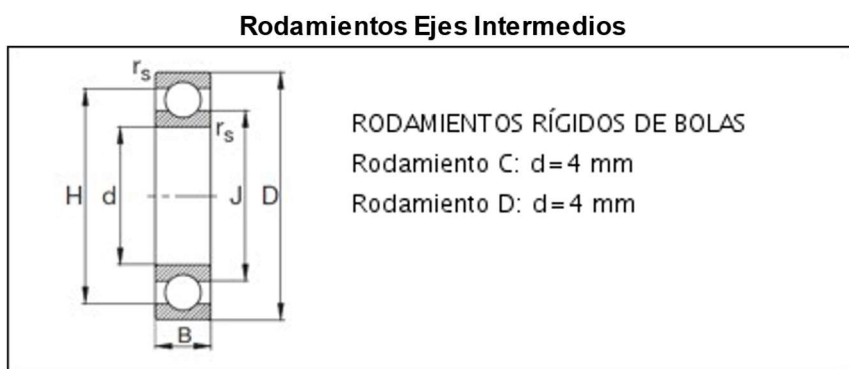


Figura 3.22. Rodamientos del eje intermedio de la caja reductora 2

3.2.4. Cálculo y selección de chavetas

Los últimos elementos mecánicos que se dimensionan para obtener el sistema de transmisión por engranajes completo son las chavetas. En primer lugar, es necesario hallar la longitud mínima que deben tener los chaveteros en función de la tensión de cizalladura. Conocido el material deseado para las mismas, se puede calcular dicha longitud mínima siguiendo las mismas expresiones que para el primer ejemplo.

Con estas longitudes mínimas y los diámetros de eje de las secciones donde se sitúan los chaveteros, se seleccionan las características de las chavetas que mejor se ajusten a los parámetros obtenidos buscando en catálogos. Seleccionadas las chavetas normalizadas, se comprueba si las mismas soportan las tensiones por aplastamiento como en las expresiones 3-99 y 3-100 del ejemplo resuelto anterior.

Se concluye que todas las chavetas soportan las tensiones por aplastamiento y son válidas para el sistema de transmisión diseñado.

Finalmente, los resultados obtenidos para cada una de las chavetas que forman esta caja reductora de engranajes son los que se muestran en las dos figuras siguientes.

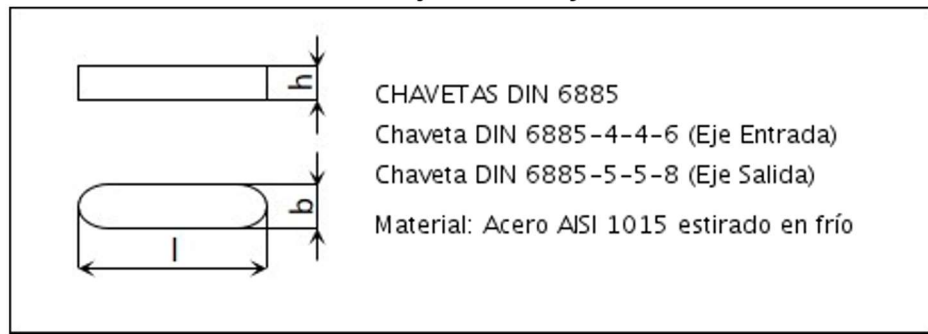
Chavetas Ejes Entrada y Salida

Figura 3.23. Chavetas de los ejes de entrada y salida de la caja reductora 2

Chavetas Ejes Intermedios

Figura 3.24. Chavetas del eje intermedio de la caja reductora 2

4 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

El presente trabajo ha consistido en el desarrollo de una herramienta para el diseño, cálculo y selección de los elementos mecánicos que forman un sistema de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos. Como se ha podido observar en apartados anteriores, se trata de una herramienta desarrollada en el entorno de Matlab capaz de realizar los cálculos, análisis y verificaciones pertinentes para cada uno de los componentes mecánicos del sistema de engranajes y establecer un diseño de los mismos, conforme a las especificaciones técnicas de diseño establecidas por el usuario.

4.1. Métodos para el diseño y cálculo de sistemas de transmisión por engranajes

4.1.1. Resolución manual o automática

El diseño y cálculo de un sistema de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos es un procedimiento que se viene realizando de forma convencional mediante el cálculo manual desde hace años. Con el presente trabajo se pretende aplicar procedimientos automáticos en el proceso de diseño de estos sistemas.

Como se ha plasmado en capítulos anteriores de este documento, el proceso de cálculo de cada uno de los elementos mecánicos del sistema de transmisión, hasta la obtención de los resultados finales, es largo y repetitivo. El tiempo invertido para su resolución aumenta cuanto mayor es el número de pares de engranajes que forman el sistema de transmisión deseado. Por lo que, se puede llegar a la conclusión de que el método de resolución manual es arduo y costoso.

El tiempo que el diseñador emplea a la hora de realizar cada uno de los análisis del procedimiento de diseño de forma manual, se puede reducir considerablemente mediante un programa de cálculo. De esta manera, se obtienen los resultados casi automáticamente y el diseñador puede aprovechar esta ventaja para probar distintos diseños y soluciones cuya resolución manual le llevarían más tiempo del deseado.

Además, implementar el procedimiento de diseño y cálculo de forma automática incrementa la calidad de los resultados, mediante la eliminación de posibles errores de cálculo manuales.

4.1.1.1. Proceso de diseño interdependiente

El diseño de un sistema de transmisión consiste en el análisis y selección de cada uno de los componentes mecánicos de dicho sistema por separado. Sin embargo, estos componentes no son independientes entre sí. Por ejemplo, para diseñar un eje que sea capaz de soportar los esfuerzos requeridos, es necesario conocer las fuerzas aplicadas sobre el mismo. Si dichas fuerzas se transmiten mediante un sistema de engranajes, se requerirán las especificaciones de los engranajes para determinar las fuerzas que se transmitirán al eje. No obstante, los engranajes normalizados que se pueden encontrar en el mercado tienen unos parámetros predefinidos, entre los que se encuentra el diámetro interior, lo que supone conocer el diámetro necesario del eje. Por lo que el proceso de diseño es interdependiente.

Conocer las dependencias entre las diferentes partes de estas transmisiones es lo que permite al diseñador establecer cuáles serán los elementos que se verán afectados al realizar un cambio en los parámetros de diseño. Si el propio diseñador no conoce estas dependencias, se puede llegar a la obtención de resultados de diseños erróneos con montajes de elementos que son imposibles de encajar en un mismo sistema o transmisiones que no son capaces de proporcionar la potencia deseada.

Aunque no existe una secuencia de pasos predefinida para este proceso de diseño, conocidas las dependencias entre los elementos mecánicos, se puede establecer el proceso reflejado en la figura 1.32 que corresponde con los pasos seguidos para desarrollar la herramienta objeto del presente trabajo. Dicha herramienta tiene en cuenta cada una de las dependencias entre elementos y realiza las comprobaciones oportunas hasta proporcionar un posible diseño válido a partir de las especificaciones deseadas.

4.1.1.2. Proceso de diseño iterativo

Al comienzo del presente trabajo se ha mencionado que el diseño de un sistema de transmisión por engranajes es también un proceso iterativo. Este hecho se ha demostrado durante el capítulo correspondiente a la implementación en la herramienta de cálculo desarrollada, así como en los ejemplos resueltos finales.

Por ejemplo, a la hora de dimensionar los engranajes, si en el análisis de fractura del diente no se cumple con la condición establecida, se aumenta el módulo asignado a la pareja de engranajes que no cumple y se repiten todos los cálculos realizados hasta el momento para los engranajes. Lo mismo ocurre cuando el material elegido para cualquiera de los elementos mecánicos no supera las comprobaciones necesarias para validar el diseño obtenido. En este caso, se debe elegir otro material y volver a realizar los cálculos y las verificaciones para ese elemento.

El dimensionado de los componentes mecánicos de un sistema de transmisión de este tipo lleva consigo una serie de cálculos repetitivos dentro de los propios análisis y verificaciones de cada parte que compone el sistema, además de los que pueden surgir si se decide modificar un parámetro de diseño. Por tanto, llevar a cabo este proceso de forma automática mediante la herramienta desarrollada facilita el diseño y cálculo de un sistema de transmisión completo, puesto que el programa realiza las comprobaciones y modificaciones de los parámetros para todo el proceso al instante y muestra la solución final adoptada.

4.1.1.3. Calidad de los resultados obtenidos

Para el diseño de los engranajes hay que tener en cuenta ciertas consideraciones:

- Se deben utilizar engranajes con un número de dientes igual o superior a un cierto mínimo que viene dado por la condición de que no haya interferencia.
- Es conveniente que las relaciones de transmisión parciales de los diferentes pares de engranajes sean lo más parecidas posibles.
- En la medida de lo posible, conviene que la mayor cantidad de engranajes posea el mismo número de dientes.
- Cuando no sea posible conseguir la relación de transmisión exacta, se utilizará una relación de transmisión aproximada, asociada a un error admisible máximo.

Además, dentro del procedimiento de cálculo para obtener el número de dientes de los engranajes se realiza la descomposición en factores primos de los términos que dan la relación de transmisión y se eligen los valores a combinar para obtener dicho número de dientes, valor que debe ser próximo al número óptimo de dientes obtenido mediante una aproximación promedio.

Las posibles combinaciones que se pueden obtener de número de dientes no son infinitas, pero sí numerosas según el caso estudiado. Resolver este paso del procedimiento de diseño de forma manual puede llevar al usuario a una posible solución para el número de dientes, pero puede ocurrir que no sea la óptima, es decir, que no sean los valores de menor diferencia respecto de la aproximación realizada. Por el contrario, la implementación de esta descomposición en la herramienta desarrollada obtiene todas las combinaciones posibles y se queda con la de menor diferencia respecto de la aproximación realizada.

Por todo ello, la herramienta desarrollada supone una gran ventaja a la hora de analizar y diseñar una transmisión, de la cual se desconoce cuántas iteraciones serán necesarias realizar para obtener unos resultados finales óptimos de cada componente mecánico del sistema de transmisión deseado. Por tanto, el programa implementado facilita el cálculo y el dimensionado de cada componente mecánico de un sistema de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos, cuyo proceso de diseño se conoce que será interdependiente e iterativo.

Gracias a la identificación de los pasos a seguir en este proceso de cálculo iterativo y de los fundamentos teóricos en los que se basa cada uno de los análisis de los diferentes elementos de la transmisión, así como a la elección de los métodos de análisis, se han implementado las líneas de código en la herramienta desarrollada.

Primero se muestra una interfaz de usuario, donde se deben introducir las especificaciones técnicas necesarias para el diseño deseado. Una vez se completan las especificaciones técnicas de cada componente mecánico, el propio programa realiza los cálculos pertinentes y muestra al usuario los resultados de cada elemento que conforma el sistema de transmisión.

Como posibles añadidos y mejoras futuras a este trabajo, se propone implementar lo desarrollado para sistemas de transmisión por engranajes cónicos, ya que esta familia de engranajes soluciona la transmisión entre ejes perpendiculares (que se cortan y que se cruzan). Además, se utilizan en máquinas industriales y embarcaciones, donde pueden existir mayores restricciones en cuestiones de espacio.

Finalmente, cabe mencionar que todo el código desarrollado para la implementación del análisis y diseño de sistemas de transmisión por engranajes del presente trabajo se encuentra en un repositorio [7] público donde puede ser consultado en cualquier momento.

REFERENCIAS

- [1] G. S. J.A. Collins, H. Busby, *Mechanical design of machine elements and machines*. .
- [2] R. Calero Pérez and J. A. Carta González, *Fundamentos de mecanismos y máquinas para ingenieros*. .
- [3] MathWorks, “MATLAB.” [Online]. Available: <https://es.mathworks.com>.
- [4] P. Corcuera, “Creación de interfaces de usuario con MATLAB.”
- [5] R. G. Budynas and J. K. Nisbett, *Shigley’s Mechanical Engineering Design*. .
- [6] J. Domínguez Abascal (Coordinador), *Teoría de máquinas y mecanismos*. .
- [7] A. González García, “Diseño y cálculo de sistemas de transmisión por engranajes,” 2019. [Online]. Available: https://github.com/alegongar/calc_gearsystem.

